



GEOFORSCHUNGSZENTRUM POTSDAM
STIFTUNG DES ÖFFENTLICHEN RECHTS

Scientific Technical Report

**Die Leitfähigkeitsstruktur der Zentralen
Anden bei 21°S: Zweidimensionale
Modellstudien und Untersuchungen zur
Auflösbarkeit**

Katrin Schwalenberg

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrads
am Fachbereich Geowissenschaften
an der Freien Universität Berlin

2000

Erster Gutachter: Prof. Dr. Volker Haak

Zweiter Gutachter: Prof. Dr. Peter Giese

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Grundlagen	4
1.1 Magnetotellurik	5
1.2 Die Ableitung von Übertragungsfunktionen	6
1.3 Leitfähigkeitsverteilungen	7
2 Modellierung	11
2.1 Vorwärtsrechnung und Inversion	11
2.2 Schlecht gestellte Probleme	13
2.3 Der verwendete Algorithmus	15
2.3.1 Die Sensitivitätsmatrix	17
2.3.2 Die Aufstellung einer regularisierten Zielfunktion	18
3 Die Zentralen Anden	22
3.1 Aus geologischer Sicht	22
3.2 Aus geophysikalischer Sicht	25
4 2D-Modellierung der Daten auf dem ANCORP-Profil	32
4.1 Vorbemerkungen	32

4.2	Ergebnisse der Inversion	36
4.2.1	Einfluss der Regularisierungsparameter	36
4.2.2	Modellanpassung	38
4.2.3	Topographie und Ozeaneffekt	40
4.2.4	Modellbeschreibung	42
5	Sensitivitätsstudien	44
5.1	Lineare Sensitivitätsstudien	44
5.2	Nichtlineare Sensitivitätsstudien	49
5.3	Vergleich mit der Reflexionsseismik	51
5.4	Datendichte und Stationsabstand	54
6	Auflösungsstudien	56
6.1	Singular Value Decomposition	56
6.2	Sensitivitäten und SVD im 1D-Fall	59
6.3	1D-Inversion	66
6.4	SVD im 2D-Fall	70
7	Diskussion	73
	Zusammenfassung	82
	Summary	86
	Resumen	89
	Literaturverzeichnis	93
	Glossar	103

Danksagung	106
A	107
B	111

Einleitung

Die Subduktion der Nazcaplatte unter den südamerikanischen Kontinent stellt die Ursache für das Erscheinungsbild der Zentralen Anden in ihrer heutigen Form dar. Die Erforschung der Prozesse, welche zur Entstehung der Anden geführt haben, steht im Mittelpunkt der Arbeiten des Sonderforschungsbereichs 267 *Deformationsprozesse in den Anden* (SFB 267). In dem interdisziplinären Forschungsprojekt tragen Wissenschaftler der Freien Universität Berlin, der Technischen Universität Berlin, dem GeoForschungsZentrum Potsdam, der Universität Potsdam sowie Wissenschaftler an den Partnerinstitutionen in Chile, Bolivien und Argentinien zur Klärung geologischer, geophysikalischer und geodynamischer Fragestellungen bei. Geophysikalische Untersuchungen können dabei physikalische Zustände im Untergrund abbilden, die wiederum auf ablaufende Prozesse schließen lassen und Randbedingungen für geologische Modellentwicklungen liefern. Seit Mitte der 80er Jahre konzentrieren sich die Arbeiten des SFB 267 und der vorangegangenen Forschergruppe *Mobilität aktiver Kontinentalränder* in den Zentralen Anden zwischen 20° S und 26° S. Es wurde dabei u.a. eine Reihe von groß angelegten geophysikalischen Experimenten durchgeführt, z.B. PISCO'94 ¹ [Schmitz et al., 1999, Graeber and Asch, 1999], CINCA'95 ² [Patzwahl et al., 1999], ANCORP'96 ³ [ANCORP Working Group, 1999], gravimetrische Messungen [Götze and MIGRA Group, 1996, Kirchner et al., 1996], die zum Teil ein detailliertes Abbild der seismischen Parameter, der Reflektivität und der Dichteverteilung ergaben.

Die Magnetotellurik (MT) ist ein passives geophysikalisches Verfahren zur Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit im Erduntergrund. Das Anregungssignal liefern dabei elektromagnetische Wechselfelder, die durch ionosphärische und magnetosphärische Stromsysteme erzeugt werden. Diese zeitlichen Variationen dringen induktiv in die elektrisch leitfähige Erde ein und induzieren dort sekundäre Felder, deren Überlagerungen mit den primären Feldern an der Erdoberfläche gemessen werden können. Basierend auf der Maxwell'schen Theorie in quasistationärer Näherung können daraus scheinbare spezifische Widerstände und Phasen abgeleitet werden. Die Eindringtiefe wird dabei durch die Frequenz der eindringenden Felder und durch die Leitfähigkeit im Untergrund bestimmt.

¹Proyecto de Investigación Sismológico de la Cordillera Occidental

²Crustal Investigation on/off shore Nazca Plate Central Andes

³ANdean Continental Research Program

Die elektrische Leitfähigkeit ist in diesem Zusammenhang ein physikalischer Parameter, der von gewissen gesteinspezifischen Merkmalen abhängt. Untersuchungen an Gesteinen im Gelände und im Labor haben gezeigt, dass die vorkommenden Leitfähigkeiten über mehr als 10 Größenordnungen variieren können [siehe Kobranova, 1989, Gueguen and Palciauskas, 1994]. Zum Beispiel können Erzkörper und Graphitbahnen, die an Störungszonen gebunden sind, die Leitfähigkeit erhöhen. Zur Erklärung der beobachteten Anomalien in den Zentralen Anden werden vorrangig Fluide und partielle Schmelzen diskutiert, wobei die Leitfähigkeit maßgeblich von der Konnektivität und Geometrie des Fluid- bzw. Schmelz-gefüllten Porenraums abhängt [Schilling et al., 1997, Rath, 1999].

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der zweidimensionalen Modellierung magnetotellurischer Daten auf dem ANCORP-Profil bei 21° S. Das Profil ist insgesamt 400 km lang und reicht von der Pazifikküste in Nordchile bis zum Rand der Ostkordillere im Süden Boliviens. Zur Modellierung der Daten wird ein iterativer Inversionsalgorithmus verwendet, der das nichtlineare Problem diskret löst [Mackie et al., 1997]. Dieses Programm erzeugt glatte Modelle im Sinne einer Tikhonov-Regularisierung. Das bedeutet, die Entstehung von Strukturen, die nicht zwingend zur Erklärung der Daten benötigt werden, wird dabei unterdrückt. Da die Inversion, wie die meisten physikalischen Probleme, auf kein eindeutiges Ergebnis führt, sollte die modellierte Leitfähigkeitsstruktur kritisch betrachtet werden. Hierzu können Sensitivitätsstudien beitragen. Im linearen Fall wird dabei der Einfluss kleiner Modellvariationen auf die Daten untersucht, im nichtlinearen Fall kann das Modell unter der Berücksichtigung von A-priori-Informationen verändert werden und die Antwort des modifizierten Modells durch wiederholte Vorwärtsrechnung oder durch die Verankerung im Inversionsprozess überprüft werden. Eine weitere Möglichkeit bietet die Singular Value Decomposition, die eine mathematische Standardmethode zum Studium der Auflösung von Modellparametern ist. Diese Methoden sollen eingesetzt werden, um daraus Randbedingungen für die anschließende Interpretation abzuleiten. Desweiteren soll eine Diskussion der Ergebnisse unter der Berücksichtigung der bisherigen Vorstellungen über den geophysikalischen und geologischen Aufbau der Zentralen Anden auf dem 21. Breitengrad stattfinden.

In Kapitel 1 werden die Grundlagen der Magnetotellurik und die Voraussetzungen für eine zweidimensionale Modellierung der Daten beschrieben. Kapitel 2 befasst sich zunächst mit der allgemeinen Problematik bei der Modellfindung. Es wird dargestellt, dass die Inversion ein schlecht gestelltes Problem ist, was die Berücksichtigung von Zwangsbedingungen in der Lösung erforderlich macht. Die wesentlichen Schritte des verwendeten Algorithmus werden dabei erläutert. Eine Beschreibung des Messgebiets aus geologischer und geophysikalischer Sicht wird in Kapitel 3 gegeben. In Kapitel 4 werden die Ergebnisse der Inversion dargestellt und das Modell vorgestellt, welches als Ausgangsmodell für die in Kapitel 5 durchgeführten Sensitivitätsstudien verwendet wird. Diese Untersuchungen werden in lineare und nichtlineare Studien unterteilt. Erstere diskutieren den Informationsinhalt der Sensitivitätsmatrix, die

sich als Begleitprodukt bei der Linearisierung des Vorwärtsproblems ergibt. Letztere umfassen zum einen systematische Studien zur Bestimmung optimaler Modellparameter, zum anderen werden Ergebnisse der Reflexionsseismik als A-priori-Information bei der Inversion verwendet. In Kapitel 6 wird das Auflösungsvermögen der Singular Value Decomposition zunächst im eindimensionalen Fall untersucht. Im zweidimensionalen Fall wird in einem ersten Schritt die Parameterauflösungsmatrix für das ANCORP-Modell dargestellt. Die Diskussion der Ergebnisse findet in Kapitel 7 statt. Hier werden die möglichen Ursachen der beobachteten Leitfähigkeitsanomalien unter der Berücksichtigung anderer geophysikalischer und petrophysikalischer Ergebnisse erläutert und als Schlussfolgerung die Bedeutung dieser Phänomene in den geologischen Gesamtkontext gestellt.

Kapitel 1

Grundlagen

Die theoretischen Grundlagen der Magnetotellurik sowie der Geomagnetischen Tiefensondierung werden in diesem Kapitel kurz dargestellt, soweit sie für das Verständnis dieser Arbeit für notwendig erachtet werden. Eine detailliertere Darstellung der Methode findet man beispielsweise in Zhdanov and Keller [1994] und Rokityansky [1982].

Elektromagnetische Wechselfelder unterliegen bei ihrer Ausbreitung in elektrisch leitenden Medien dem Prinzip der Induktion. Die Größe der im Medium induzierten Felder hängt dabei von den elektrischen und magnetischen Eigenschaften des Mediums und von der Frequenz bzw. Wellenlänge des anregenden Felds ab. Der Vorgang elektromagnetischer Wellenausbreitung wird allgemein durch die Maxwellgleichungen beschrieben [siehe z.B. Sommerfeld, 1988]:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{J} + \partial \mathbf{D} / \partial t \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = q \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.4)$$

\mathbf{E} = elektrische Feldstärke, \mathbf{B} = magnetische Induktion, \mathbf{D} = dielektrische Verschiebung, \mathbf{H} = magnetische Feldstärke, \mathbf{J} = Stromdichte, q = elektrische Ladungsdichte. Ferner gelten die folgenden Materialgleichungen und das Ohmsche Gesetz:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.7)$$

mit $\varepsilon_0, \varepsilon_r$ = absolute und relative Dielektrizitätskonstante, μ_0, μ_r = absolute und relative Permeabilität und σ = elektrische Leitfähigkeit.

1.1 Magnetotellurik

Magnetotellurik (MT) ist ein passives Verfahren, bei dem das induktive Eindringen natürlicher elektromagnetischer Wechselfelder in die elektrisch leitende Erde ausgenutzt wird, um daraus die Verteilung des spezifischen Widerstands im Untergrund abzuleiten. Das langperiodische Spektrum ($> 1s$) hat seine Ursache in ionosphärischen und magnetosphärischen Stromsystemen. Die Ausnutzung hochfrequenter Anteile des Quellfelds ($< 1s$) wird durch die Audiomagnetotellurik beschrieben, die aus historischen Gründen oft als eigenständige Methode dargestellt wird. Als sich das Verfahren Anfang der 80er Jahre etablierte, stellten Registrierungen in dem Frequenzbereich noch eine Herausforderung an die Messtechnik dar.¹ In der Praxis werden die Komponenten des erdelektrischen (E_x, E_y) und erdmagnetischen Felds (B_x, B_y, B_z) an der Erdoberfläche über einen gewissen Zeitraum gemessen, wobei in der Magnetotellurik die Horizontalkomponenten der registrierten Felder betrachtet werden und bei der Geomagnetischen Tiefensondierung die Magnetfeldkomponenten zueinander in Beziehung gesetzt werden.² Die Ableitung von Übertragungsfunktionen, mit deren Hilfe sich Aussagen über die Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund machen lassen, erfolgt aus der oben beschriebenen Maxwell'schen Theorie. Im betrachteten Erdlabor lassen sich einige Näherungen machen. So fordert man die Quasistationarität, d.h. es existieren keine Verschiebungsströme ($\partial \mathbf{D} / \partial t = 0$), die Anzahl der stationären freien Ladungsträger wird Null gesetzt ($q = 0$), $\mu_r = 1$ und das anregende Feld wird harmonisch angesetzt ($\mathbf{E}, \mathbf{B} \sim e^{i\omega t}$) [vergl. Zhdanov and Keller, 1994]. Die Maxwellgleichungen vereinfachen sich dann zu

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{B} \quad (1.8)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \sigma \mathbf{E} \quad (1.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (1.10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.11)$$

mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ = Kreisfrequenz, $\sigma = \text{konstant}$. Durch Einführung der komplexen Wellenzahl $k^2 = -i\omega\mu_0\sigma$ und Umformung des Gleichungssystems erhält man die folgenden Helmholtzgleichungen:

$$(\nabla^2 + k^2)\mathbf{E} = 0 \quad (1.12)$$

$$(\nabla^2 + k^2)\mathbf{B} = 0 \quad (1.13)$$

Aus dem Realteil von k lässt sich die Eindringtiefe der elektromagnetischen Felder abschätzen. Die Tiefe, in der die Felder auf den e-ten Teil ihrer Amplitude abgeklungen sind, wird als Skintiefe λ definiert:

$$\lambda \approx \frac{1}{2} \sqrt{\rho T} \text{ in [km]} \quad (1.14)$$

¹Zum weiteren Verständnis elektromagnetischer Quellfelder siehe z.B. Jacobs [1989].

² x, y, z beschreiben ein kartesisches Koordinatensystem, bei dem die z-Achse positiv ins Erdinnere zeigt.

Anhand dieser einfachen Formel wird klar, dass lange Perioden sowie niedrige Leitfähigkeiten die Eindringtiefe und damit die Aussagetiefe erhöhen. Die Magnetotellurik erreicht dabei für lange Perioden Eindringtiefen in der Größenordnung von ≥ 100 km, die sonst nur von der Seismik und der Seismologie abgedeckt werden.

1.2 Die Ableitung von Übertragungsfunktionen

Aus den gemessenen Komponenten sollen nun Übertragungsfunktionen bestimmt werden, die den Zusammenhang zwischen Felddaten und physikalischen Eigenschaften des Untergrunds liefern. In der MT wird dazu die Impedanz $\hat{\mathbf{Z}}$ betrachtet, die in diesem Fall als Quotient der Horizontalkomponenten des \mathbf{E} -Felds und \mathbf{B} -Felds definiert ist. Aus der Beziehung $\mathbf{E} = \hat{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{B}$ folgt in ausgeschriebener Form:

$$\begin{bmatrix} E_x(\omega) \\ E_y(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{xx}(\omega) & Z_{xy}(\omega) \\ Z_{yx}(\omega) & Z_{yy}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x(\omega) \\ B_y(\omega) \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Das Verhältnis zwischen den horizontalen Magnetfeldkomponenten zu dem vertikalen Feld wird in der Geomagnetischen Tiefensondierung betrachtet. $T_x(\omega)$ und $T_y(\omega)$ sind dabei die magnetischen Übertragungsfunktionen.³

$$\begin{bmatrix} B_z(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_x(\omega) & T_y(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x(\omega) \\ B_y(\omega) \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Die Impedanz $\hat{\mathbf{Z}}$ ist ein komplexer Tensor⁴, aus dem sich scheinbarer spezifischer Widerstand und Phase ableiten lassen:

$$\rho_a(\omega) = \frac{\mu_0}{\omega} |Z(\omega)|^2 \quad (1.17)$$

$$\varphi(\omega) = \arg(Z(\omega)) = \arctan(\text{Im}Z(\omega) / \text{Re}Z(\omega)) \quad (1.18)$$

φ gibt die Phasenverschiebung zwischen \mathbf{E} - und \mathbf{B} -Feld an. Betrachtet man einen homogenen Halbraum, so gibt Gleichung 1.17 den wahren Halbraumwiderstand an und für Gleichung 1.18 ergibt sich immer $\varphi = 45^\circ$. Üblicherweise erfolgt die Darstellung der Übertragungsfunktionen in der MT als $\log \rho_a$ - und Phasenkurven in Abhängigkeit von einer logarithmisch aufgetragenen Periodenachse.

³In der amerikanischen Literatur werden die magnetischen Übertragungsfunktionen T_x, T_y meistens als Tipper bezeichnet [vergl. Hobbs, 1992].

⁴Die Bezeichnung Tensor ist hier nicht ganz korrekt. Vozoff [1987] zeigte, dass $\hat{\mathbf{Z}}$ sich wie ein Pseudoscalar verhält, bei dem eine Hauptachsentransformation zum Verschwinden der Hauptdiagonalen anstatt der Nebendiagonalen führt.

Die magnetischen Übertragungsfunktionen werden in der Regel als Induktionspfeile dargestellt. Nach Schmucker [1970] ergibt sich für den Realpfeil P_{Re} und den Imaginärpfeil P_{Im} :

$$P_{\text{Re}} = \text{Re } T_x \cdot \hat{x} + \text{Re } T_y \cdot \hat{y} \quad (1.19)$$

$$P_{\text{Im}} = \text{Im } T_x \cdot \hat{x} + \text{Im } T_y \cdot \hat{y} \quad (1.20)$$

wobei \hat{x} und \hat{y} hier Einheitsvektoren in der entsprechenden Raumrichtung sind.

1.3 Leitfähigkeitsverteilungen

Bisher wurde die Leitfähigkeit σ als skalare Größe angesehen. Sieht man vom homogenen Halbraum ab, so hängt die Leitfähigkeit des Untergrunds jedoch von einer oder mehreren Raumrichtungen ab. Bei vorhandener Anisotropie wird sie sogar zum Tensor [z.B. Eisel, 1995, Pek and Verner, 1997]. Letzteres Problem wird im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht betrachtet. Die Untersuchung der Dimensionalität ist maßgeblich für die Modellierung. Die Erde ist ein dreidimensionaler Körper und somit müsste eigentlich auch eine dreidimensionale Interpretation der Daten erfolgen. Eine 3D-Modellierung beinhaltet allerdings noch mehr Freiheitsgrade als im 1D- und 2D-Fall und ist darüber hinaus sehr rechenaufwendig, da die Leitfähigkeitsverteilung in den meisten Fällen kompliziert ist, so dass einfache analytische Lösungen nicht praktikabel sind. Außerdem ist dazu auch ein dreidimensionaler Datensatz, also eine flächenhafte Messpunktanordnung, erforderlich. Deshalb versucht man eine Abschätzung vorzunehmen, unter welchen Voraussetzungen eine 1D- oder 2D-Interpretation, für die sich gewisse Vereinfachungen ergeben (s.u.), erlaubt ist.

Die im folgenden beschriebenen 3 Fälle möglicher Leitfähigkeitsverteilungen müssen als idealisierte Vorstellungen angesehen werden und dienen dazu, das Verhalten des Impedanztensors in dem jeweiligen Fall zu analysieren. In der Realität existiert in der Regel keiner der Fälle in seiner reinen Form. D.h. der eindeutige Schluss von der Dimensionalität des Impedanztensors auf die Dimensionalität des Untergrunds ist nicht möglich, sondern vielmehr eine Frage des betrachteten Induktionsraums.

1D-Fall Die Leitfähigkeit ist nur eine Funktion der Tiefe ($\sigma = \sigma(z)$). Die Hauptdiagonale des Impedanztensors verschwindet ($Z_{xx} = Z_{yy} = 0$) und für die Nebendiagonale gilt ($Z_{xy} = -Z_{yx}$). Da in diesem Fall keine vertikale Magnetfeldkomponente existiert, ist $T_x = T_y = 0$.

2D-Fall Die Leitfähigkeit hängt von 2 Raumrichtungen ab ($\sigma = \sigma(y, z)$, wenn x die Streichrichtung ist). Im ideal zweidimensionalen Fall verschwindet auch hier die Hauptdiagonale des

Impedanzensors, für die Nebendiagonale ergibt sich ($Z_{xy} \neq -Z_{yx}$). Die Maxwellgleichungen entkoppeln in zwei unabhängige Polarisationsrichtungen. Ist das elektrische Feld parallel zur Streichrichtung polarisiert, spricht man von der E-Polarisation bzw. TE-Mode (tangential elektrisch). Fließen die Ströme senkrecht zum Streichen, so bezeichnet man diesen Fall als B-Polarisation bzw. TM-Mode (tangential magnetisch). Die ρ_a - und Phasenkurven spalten auf. Aus den Maxwellgleichungen ergeben sich für die beiden Polarisierungen die folgenden Gleichungssysteme:

E-Polarisation	B-Polarisation
$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -i\omega B_y$	$\frac{\partial B_x}{\partial z} = \mu_0 \sigma E_y$
$\frac{\partial E_x}{\partial y} = i\omega B_z$	$-\frac{\partial B_x}{\partial y} = \mu_0 \sigma E_z$
$\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} = \mu_0 \sigma E_x$	$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega B_x$

Durch Substitution und Umformung erhält man die nachstehenden Helmholtzgleichungen für E_x und B_y

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{i\omega} \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{i\omega} \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) - \mu_0 \sigma E_x = 0 \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_x}{\partial z} \right) - i\omega B_x = 0 \quad (1.22)$$

Die verbleibenden Komponenten E_y, B_x leiten sich aus dem obigen Gleichungssystem einfach ab:

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_x}{\partial z} \\ B_y &= -\frac{1}{i\omega} \frac{\partial E_x}{\partial z} \end{aligned}$$

Für die magnetischen Übertragungsfunktionen gilt in diesem Fall

$$T_x = 0, T_y \neq 0 \implies T_y = \frac{B_z}{B_y}$$

Der Realpfeil aus Gleichung 1.19 zeigt dabei nach der Konvention von Wiese [1962] und Schmucker [1970]⁵ vom guten Leiter weg, seine Länge gibt die Stärke des Leitfähigkeitskontrasts an. Der Imaginärpfeil ist parallel oder antiparallel dazu orientiert.

Die Vereinfachungen im zweidimensionalen Fall gelten nur, wenn das Messkoordinatensystem senkrecht bzw. parallel zum Streichen der elektromagnetisch wirksamen Struktur angelegt

⁵Schmucker [1970] multiplizierte die magnetischen Übertragungsfunktion mit -1 . Dadurch entsprachen sie der Parkinson [1959]-Konvention und zeigten zum guten Leiter hin. In seinen späteren Arbeiten machte er diesen Effekt wieder rückgängig.

wird. Ist das nicht der Fall, so sind hier alle Tensorelemente besetzt. Unter der Annahme, dass keine Verzerrung vorliegt (s.u.) kann jedoch durch Rotation des Impedanztensors ein Koordinatensystem gefunden werden, in dem die Bedingungen erfüllt sind. Für den ungedrehten Tensor $\hat{\mathbf{Z}}'$ gilt dann:

$$\hat{\mathbf{Z}}' = \hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{Z}} \cdot \hat{\mathbf{R}}^T \quad (1.23)$$

wobei

$$\hat{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_s & -\sin \alpha_s \\ \sin \alpha_s & \cos \alpha_s \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

die Drehmatrix, $\hat{\mathbf{R}}^T$ ihre Transponierte und α_s der Swiftwinkel ist, um den das Koordinatensystem gedreht werden muss [Swift, 1967]. Zur Bestimmung von α_s wird z.B. die Spur des ungedrehten Impedanztensors minimiert.⁶

$$|Z'_{xx}(\alpha_s)|^2 + |Z'_{yy}(\alpha_s)|^2 = \min! \quad (1.25)$$

Der dadurch berechnete Winkel wird dabei vorrangig von lokal wirksamen Strukturen beeinflusst. Oft hat man jedoch den Fall, dass die gemessenen Daten verzerrt sind und der Swiftwinkel nicht die regionale Streichrichtung der 2D-Struktur wiedergibt, so dass im Grunde eine 3D-Modellierung durchgeführt werden müsste. Dies kann unter Umständen vermieden werden, wenn der Fall einer zweidimensionalen Leitfähigkeitsverteilung vorliegt, die von oberflächennahen, im Vergleich zur Eindringtiefe kleinräumigen Leitfähigkeitsanomalien überlagert wird. Ist die Wirkung dieser Strukturen nicht induktiv, bleiben die Phasen unbeeinflusst. Es gibt eine Reihe von Verfahren [z.B Groom and Bailey, 1989, Bahr, 1988, Chave and Smith, 1994], die unter dieser Modellannahme auf die Bestimmung des regionalen Streichwinkels führen.

Larsen [1977] zeigt, dass sich der verzerrte, gemessene Impedanztensor $\hat{\mathbf{Z}}^g$ aus dem gesuchten 2D-Tensor $\hat{\mathbf{Z}}$ und einer reellen Verzerrungsmatrix $\hat{\mathbf{C}}$ zusammensetzen lässt:

$$\hat{\mathbf{Z}}^g = \hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{C}} \cdot \hat{\mathbf{Z}} \cdot \hat{\mathbf{R}}^T \quad (1.26)$$

Groom and Bailey [1989] zerlegen die Verzerrungsmatrix weiter in

$$\hat{\mathbf{C}} = g \cdot \hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{A}} \quad (1.27)$$

wobei g ein skalarer Verstärkungsfaktor (engl. *gain factor*), $\hat{\mathbf{A}}$ die Anisotropiematrix,⁷ $\hat{\mathbf{S}}$ der Sheartensor und $\hat{\mathbf{T}}$ der Twisttensor ist:

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{1}{\sqrt{1+s^2}} \begin{bmatrix} 1+s & 0 \\ 0 & 1-s \end{bmatrix}; \quad \hat{\mathbf{S}} = \frac{1}{\sqrt{1+e^2}} \begin{bmatrix} 1 & e \\ e & 1 \end{bmatrix}; \quad \hat{\mathbf{T}} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \begin{bmatrix} 1 & -t \\ t & 1 \end{bmatrix}$$

⁶Eine weitere Möglichkeit wäre z.B., die Nebendiagonalelemente zu maximieren.

⁷Die Anisotropiematrix hat hier allerdings nichts mit der intrinsischen Anisotropie des Gesteins zu tun.

Weder der Verstärkungsfaktor g noch die Anisotropie werden durch die Entzerrung aufgelöst. $\hat{\mathbf{S}}$ und $\hat{\mathbf{T}}$ beschreiben eine Scherung bzw. Drehung des Koordinatensystems. Können für einen Periodenbereich konstante Shear- und Twistwinkel (e und t) gefunden werden, so gehört der entzerrte Impedanztensor zu der regionalen 2D-Struktur.

Bahr [1988] bietet demgegenüber eine analytische Methode an, die auf der gleichen Annahme beruht. Aus einer hier nicht näher ausgeführten Beziehung zwischen den Impedanztensorelementen führt er einen - im Vergleich zum Swift'schen Skew [siehe Swift, 1967] - phasensensitiven Skew ein, eine Größe, die als Maß für die Dimensionalität im Untergrund verwendet wird (siehe Kapitel 4.1). In dem Dekompositionsverfahren von Chave and Smith [1994] wird außerdem noch der Einfluss der magnetischen Verzerrung berücksichtigt, die in den meisten Fällen vernachlässigt werden kann, da sie im Vergleich zur elektrischen Verzerrung in der Regel geringer ist.

3D-Fall Die Leitfähigkeit hängt von allen Raumrichtungen ab ($\sigma = \sigma(x, y, z)$). In diesem Fall sind alle Tensorelemente besetzt, die Leitfähigkeitsstrukturen sind induktiv wirksam und die vollständigen Maxwellgleichungen müssen gelöst werden. Die Induktionspfeile haben x- und y-Anteile und die Richtungen der Real- und Imaginärpfeile weichen voneinander ab.

Kapitel 2

Modellierung

Ziel der Modellierung geophysikalischer Daten ist es, ein Untergrundmodell zu erstellen, welches zur Erklärung der an der Erdoberfläche gemessenen Beobachtungen dient und auch Grundlage für geologische Modellentwicklungen ist. Ein Modell ist laut Duden [1990] ... *eine vereinfachte Darstellung der Funktion eines Gegenstands oder des Ablaufs eines Sachverhalts, die eine Erforschung erleichtert oder erst möglich macht ...* . Zwei Aspekte dieser Definition sind hier von besonderem Interesse: Da der Gegenstand der Untersuchung - das Innere der Erde - nicht direkt zugänglich ist, machen Modelle die Erforschung erst möglich. Desweiteren sollten Modelle nur eine vereinfachte Darstellung sein - komplizierte Modelle können hingegen zur Überinterpretation der Beobachtungen führen. Schon im 14. Jahrhundert machte sich der Logiker und Franziskanermönch William von Occam folgendes Prinzip zum Leitspruch: „*Pluralitas non est ponenda sine necessitate*“ - *die Wesenheiten sollten nicht ohne Notwendigkeit vermehrt werden*, besser bekannt als Occam's Rasiermesser. Gemeint ist damit, dass von allen möglichen Lösungen die einfachste gewählt werden sollte. Daraus lässt sich jedoch nicht schlussfolgern, dass die einfache Lösung auch die richtige ist.

Im folgenden Kapitel werden zunächst einige grundlegende Gedanken zur Modellierung geäußert. Dabei wird deutlich, dass die Inversion magnetotellurischer Daten ein schlecht gestelltes Problem ist, das die Berücksichtigung von zusätzlichen Bedingungen bei der Modellsuche erforderlich macht. Daran anschließend wird das Programm vorgestellt, welches zur zweidimensionalen Inversion der Daten verwendet wurde. Dieses Programm erzeugt einfache Modelle, womit in diesem Zusammenhang glatte Modelle gemeint sind.

2.1 Vorwärtsrechnung und Inversion

Grundsätzlich werden bei der Modellierung zwei Richtungen unterschieden, wie sich Daten durch ein Modell erklären lassen. Die Lösung des Vorwärtsproblems beinhaltet dabei die

Aufstellung eines Vorwärtsoperators \mathbf{f} , der auf ein Modell \mathbf{m} angewendet wird, woraus sich Daten \mathbf{d} berechnen:

$$\mathbf{m} \xrightarrow{\mathbf{f}} \mathbf{d}$$

Bei der Inversion wird die entgegengesetzte Richtung betrachtet. Durch die Anwendung eines Inversionsoperators \mathbf{f}^{-1} auf die Daten wird ein Modell berechnet:

$$\mathbf{d} \xrightarrow{\mathbf{f}^{-1}} \mathbf{m}$$

Eine dritte Klasse bilden iterative Verfahren, bei denen die durch den Vorwärts- und Inversionsschritt beschriebene Schleife wiederholt durchlaufen wird:

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{\mathbf{f}} & \\ \mathbf{m} & & \mathbf{d} \\ & \xleftarrow{\mathbf{f}^{-1}} & \end{array}$$

Die Lösung des Vorwärtsproblems ist eindeutig, stimmt jedoch bei den meisten physikalischen Problemen nicht mit den Beobachtungen überein. Man benötigt eine gute Schätzung der Modellparameter, um die beobachteten Daten im Rahmen der Messgenauigkeit anzupassen (s.u.). Auch der inverse oder direkte Schluss von den gemessenen Daten auf das gesuchte Modell ist in der Regel nicht möglich: Direkte Verfahren setzen die Existenz des inversen Operators und die Eindeutigkeit der Lösung voraus (siehe z.B. Hofmann [1999] und Abschnitt 2.2).

Bei iterativen Verfahren kann die Modellsuche entweder automatisch durch den verwendeten Algorithmus ablaufen oder gezielt von dem Modellierer durch die wiederholte Lösung des Vorwärtsproblems durchgeführt werden. Während der Modellierer A-priori-Informationen benötigt,¹ um eine optimale Anpassung an die gemessenen Daten zu erzielen, ist die Verwendung solcher Informationen bei der automatischen Modellsuche optional, bzw. generell nicht zwingend. Damit stellt letztere eine vergleichsweise objektivere Lösungsform dar.

Hofmann [1999] unterscheidet weiter zwischen subjektiven und objektiven A-priori-Information. Unter letzteren versteht er solche, die sich beispielsweise aus der Physik des Problems ergeben (z.B. Leitfähigkeit $\sigma \geq 0$). Subjektive Informationen sollten hingegen wohl überlegt verwendet werden, da sie die subjektiven Erwartungen in der Lösung zum Ausdruck bringen. Im allgemeinen Sprachgebrauch versteht man unter Vorwärts- oder Modellrechnung die gezielte Modellsuche und unter Inversion iterative Verfahren, bei denen die Modellsuche automatisch abläuft.

Zur zweidimensionalen Modellierung magnetotellurischer Daten wurde in dieser Arbeit ein iterativer Inversionsalgorithmus verwendet. Der iterative Prozess wird für die k -te Iteration

¹A-priori-Informationen können im vorliegenden Fall beispielsweise aus 1D-Modellierungen sowie Ergebnissen anderer geologischer und geophysikalischer Untersuchungen gewonnen werden.

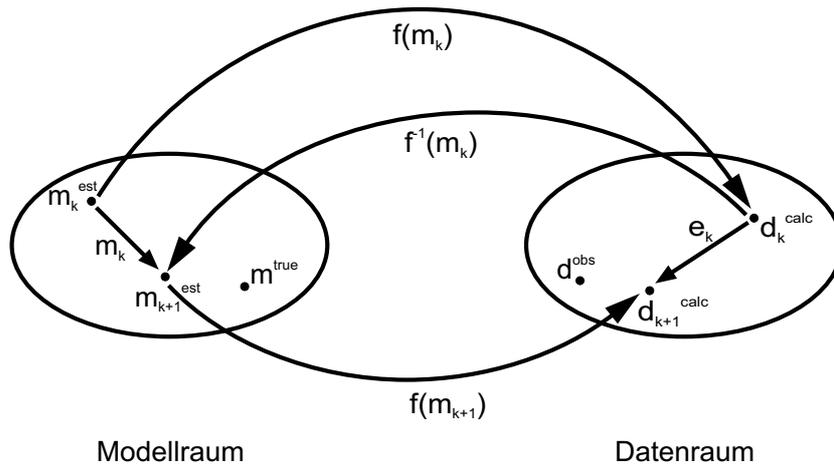


Abbildung 2.1: Vereinfachte Darstellung eines iterativen Prozesses.

in Abbildung 2.1 skizziert. Die Vorwärtsantwort \mathbf{d}_k^{calc} eines geschätzten Modells \mathbf{m}_k^{est} stimmt in der Regel nicht mit den Beobachtungen \mathbf{d}^{obs} überein. \mathbf{e}_k ist dabei der Fehler zwischen gemessenen und berechneten Daten der k -ten Iteration. Gesucht wird eine Parametervariation $\delta \mathbf{m}_k$ unter der Bedingung, dass die Differenz zwischen den Daten und der Vorwärtsantwort \mathbf{d}_{k+1}^{calc} des modifizierte Modells \mathbf{m}_{k+1}^{calc} minimal wird.

2.2 Schlecht gestellte Probleme

Der französische Mathematiker Hadamard führte 1923 den Begriff des schlecht gestellten Problems ein (engl. *ill posed*) und diskutierte in diesem Zusammenhang Existenz, Eindeutigkeit und Stabilität der Lösung. Seine Definitionen besitzen noch heute einen großen Einfluss auf die mathematische Formulierung physikalischer Probleme. Hofmann [1999] betrachtet zur Erläuterung eine Operatorgleichung $f(x) = y$ mit $x \in D$ (D =Definitionsraum) und $y \in Y$ (Y =Bildraum) und nennt das Problem korrekt gestellt, wenn gilt:

- Zu jedem $y \in Y$ existiert eine Lösung $x \in D$ von $f(x) = y$ (Existenz).
- Die aus $f(x) = y$ abgeleitete Lösung x ist in D eindeutig bestimmt (Eindeutigkeit).
- Die Lösung x hängt stetig von y ab (Stabilität).

Wird auch nur eine der genannten Bedingungen verletzt, dann ist das Problem im Sinne von Hadamard [1923] schlecht gestellt. Überträgt man seine Definitionen auf die zweidimensionale Modellierung magnetotellurischer Daten, so lassen sich hinsichtlich der Korrektheit die folgenden Feststellungen machen:

- Fehler in den Daten

Zum einen sind die Daten als Ergebnis einer stochastischen Zeitreihenanalyse fehlerbehaftet. Zum anderen liegen die Daten aufgrund der Mittelung fouriertransformierter Zeitfenster um eine gewünschte Zielfrequenz diskret vor [z.B. Egbert and Booker, 1986]. Auch die Einhaltung des Abtasttheorems führt bei fehlerhaften Daten auf eine Verletzung der Korrektheitsdefinition

- Fehler in der Modellannahme

Die erste Näherung besteht in der physikalischen Grundannahme bei der Herleitung der Bestimmungsgleichungen (Forderung der Quasistationarität, Quasihomogenität, vergl. Kapitel 1.1). Eine weitere Fehlerquelle steckt in der Annahme einer ideal zweidimensionalen Erde, die in der Realität nicht existiert. Nicht zuletzt setzt eine diskrete Lösung die Parametrisierung des Untergrunds und damit eine gewisse Annahme über die Verteilung der physikalischen Parameter voraus. Auch unter diesen Voraussetzungen existiert nach Hadamard [1923] keine mathematisch exakte Lösung.

Die zweidimensionale Modellierung magnetotellurischer Daten ist also ein schlecht gestelltes Problem. Eine Möglichkeit, die Existenz einer Lösung herbeizuführen, besteht in der Akzeptanz von allgemeineren Lösungen [Hofmann, 1999]. In dem Zusammenhang wird meistens die Kleinste-Quadrate-Lösung nach Gauß betrachtet, womit man die Verwendung der Euklidischen Norm $\|y - f(x)\|_2 < \delta$ meint, die innerhalb eines Toleranzbereichs δ erfüllt ist. Oft ist der Grad der Inkorrektheit jedoch so groß, dass auch diese Methode zu keinem sinnvollen Ergebnis führt. Auf Tikhonov and Arsenin [1979] geht die Idee zurück, durch die Berücksichtigung von Zwangsbedingungen² in der Zielfunktion eine Ersatzaufgabe zu formulieren, die ein „besser“ gestelltes Problem darstellt. Diese Zusatzbedingungen werden als Regularisierungsterme bezeichnet und man spricht in diesem Zusammenhang auch von der Methode der Tikhonov-Regularisierung [Tikhonov and Arsenin, 1979, Hofmann, 1999, und siehe Abschnitt 2.3.2].

Standardmäßig verwendete 2D-Programme zur Berechnung der Widerstandsverteilung aus magnetotellurischen Daten sind z.B. der Vorwärtscode von Wannamaker [1990] sowie die Inversionsprogramme von Smith and Booker [1991] und Constable et al. [1987]. Ein sehr aktueller Inversionsalgorithmus stammt von Siripunvaraporn and Egbert [1999], bei dem, wie beim Occam-Verfahren [Constable et al., 1987], die magnetischen Übertragungsfunktionen berücksichtigt werden.³ In dieser Arbeit wird der Inversionscode von Mackie et al. [1997]

²Zwangsbedingungen können A-priori-Informationen und/oder dem Problem angepasste Bedingungen sein (z.B. Glättkriterien, s.u.), die dazu beitragen, die Anzahl der Freiheitsgrade in der unbestimmten Lösung zu reduzieren.

³Die *joint inversion* von magnetotellurischen und magnetischen Übertragungsfunktionen hat den Vorteil, dass mehr Informationen bei der Modellsuche berücksichtigt werden. Ist diese Information widersprüchlich, kann es jedoch auch zu Fehlanpassungen kommen.

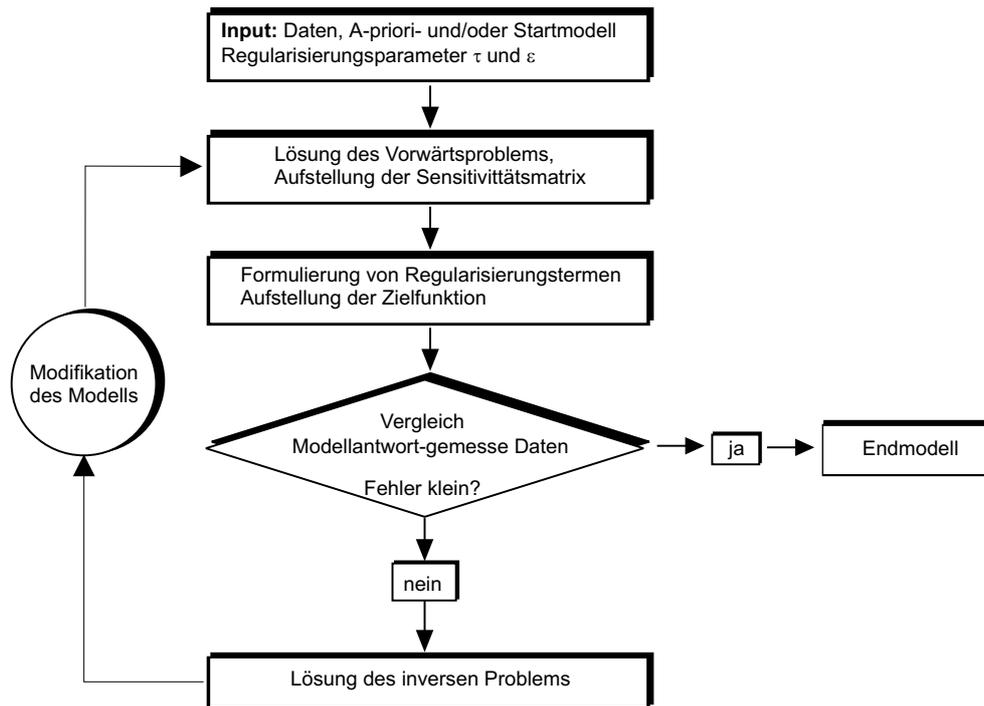


Abbildung 2.2: Schematischer Ablauf des Inversionsprogramms von Mackie et al. [1997].

verwendet. Die wesentlichen Schritte des Programms sollen im folgenden Abschnitt erläutert werden.

2.3 Der verwendete Algorithmus

Das Programm von Mackie et al. [1997] [siehe auch Rodi and Mackie, 2000] löst das nicht-lineare, schlecht gestellte Problem diskret und iterativ. Der betrachtete Untergrundbereich wird in eine finite Anzahl von Gitterelementen unterteilt und jedem Element wird ein Widerstandswert zugeordnet. Zur diskreten Lösung der in Gleichung 1.21 und 1.22 aufgestellten Differentialgleichungen wird eine spezielle Form der Finiten Differenzen verwendet: Die Transmission Line Analogie [siehe Wright, 1969, Madden, 1972]. Bei jeder Iteration wird eine Modellvariation bestimmt, mit der das jeweils aktuelle Modell modifiziert wird. Dies geschieht unter der Bedingung, dass der Anpassungsfehler im Rahmen der Messgenauigkeit minimal und die Entstehung überflüssiger, nicht auflösbarer Modellstrukturen unterdrückt wird. Das bedeutet, man sucht nach einem *trade off* zwischen angepasstem und glattem Modell [siehe Constable et al., 1987, Hansen, 1998].

Der Programmablauf wird in Abbildung 2.2 skizziert. Der Datenvektor setzt sich aus den periodenabhängigen, scheinbaren spezifischen Widerständen und Phasen beider Polarisationsrichtungen an den Messpunkten zusammen. Da die Widerstände über mehrere Größenordnungen

variieren, wird der Logarithmus verwendet, wodurch zusätzlich gewährleistet ist, dass die Größen positiv sind.

$$\mathbf{d} = \{\log \rho_{axy}(\omega, r), \log \rho_{ayx}(\omega, r), \Phi_{xy}(\omega, r), \Phi_{yx}(\omega, r)\} \quad (2.1)$$

Desweiteren geht der Datenfehler in die Berechnungen ein. Nach einer Programmerweiterung von V. Rath (pers. Mitt.) besteht optional die Möglichkeit, ein konstantes Fehlerniveau anzugeben. Dadurch können Widerstand und Phase sowie E- und B-Polarisation unterschiedlich gewichtet werden. Das spielt insofern eine Rolle, als die Widerstandskurven durch *static shift* - Effekte verzerrt sein können.⁴

Die Eingabe des Startmodells erfolgt nach den Kriterien, dass die zu erwartende Leitfähigkeitsverteilung adäquat wiedergegeben wird, die anomalen Felder an den Rändern des Gitters abgeklungen sind und die Anzahl der Gitterelemente nicht zu groß wird. Wannamaker [1990] gibt hier Konstruktionsanweisungen, die sich für die meisten finiten Methoden als mehr oder weniger ausreichend herausstellen. Er stellte u.a. die folgenden Faustregeln auf:

- Die Dimension benachbarter Elemente sollte sich nicht mehr als um den Faktor 3-5 verändern.
- In der Umgebung eines Leitfähigkeitskontrasts sollte die Gittergröße etwa 1/4 der aus Gleichung 1.14 abschätzbaren Eindringtiefe betragen.
- Die Giterränder sollten in vertikaler Richtung 8-10 und in horizontaler Richtung 10-12 Eindringtiefen von der zweidimensionalen Struktur entfernt sein.

Durch die Anzahl der Gitterelemente wird die Dimension des Parameterraums (M) festgelegt. Die inverse Lösung von dicht besetzten, linearen Gleichungssystemen in der Größenordnung des in dieser Arbeit verwendeten Modells ($M > 6000$) sind extrem rechenintensiv, so dass man einen Kompromiss zwischen der adäquaten Wiedergabe der Leitfähigkeit im Vordergrund und der benötigten Rechenzeit und Speicherkapazität machen muss. Deshalb werden die Abstände zwischen benachbarten Gitterelementen logarithmisch variiert, woraus sich ein gradiertes Gitter (engl: *graded grid*) ergibt. Die Verwendung von gradierten Gittern kann problematisch sein (z.B. bei der Darstellung der Sensitivitätsmatrix, siehe Kapitel 5.1), da den Gitterelementen aufgrund ihrer unterschiedlichen Größe ein entsprechendes Gewicht bei der Inversion zugeteilt wird. Außerdem sollte das Achsenverhältnis der Elemente im Kernbereich des Gitters in horizontaler oder vertikaler Richtung nicht sehr voneinander abweichen, damit eine Richtungsabhängigkeit vermieden wird.

⁴Durch Ladungsanhäufung an kleinräumigen oberflächennahen Inhomogenitäten kommt es zu galvanischer Verzerrung. Dies resultiert in einen Parallelversatz der $\log \rho_a$ -Kurven, während die Phasen unbeeinflusst bleiben.

Auch die Anzahl der Perioden, für die das Vorwärtsproblem gelöst wird, spielt eine große Rolle. Die Dimension des Datenraums (N) setzt sich dabei aus der Anzahl der Stationen und Perioden multipliziert mit 4 (Anzahl der Bestimmungsgleichungen, siehe Gleichung 2.1) zusammen und beträgt bei dem in dieser Arbeit verwendeten Datensatz $N > 1700$. Inversionen von dieser Größenordnung sind generell erst durch den Einsatz von schnellen Workstations praktikabel geworden.

Neben dem Startmodell kann noch ein A-priori-Modell angegeben werden. Der Algorithmus versucht dabei, die Form des A-priori-Modells anzupassen (siehe Gleichung 2.8 sowie Kapitel 5.2 und 5.3). Diese Option führt allerdings zu falschen Ergebnissen, wenn die A-priori-Information widersprüchlich zur „wahren“ Leitfähigkeitsstruktur bzw. zum vorhandenen Datensatz ist.

Der eingelesene Regularisierungsparameter τ steuert das Verhältnis zwischen Modellrauhigkeit und Anpassungsfehler. Zur Wahl eines optimalen Parameters empfiehlt es sich, systematische Studien durchzuführen, da er das Inversionsergebnis beträchtlich beeinflusst [siehe Abschnitt 2.3.2 und Schwalenberg, 1997]. Die Wahl ist dabei nur für eine bestimmte Daten/Gitter-Kombination gültig. Desweiteren wird noch ein Regularisierungsfaktor 0. Ordnung (ϵ) eingelesen, der als eine Art Marquardt-faktor angesehen werden kann (siehe Abschnitt 2.3.2). Dieser Faktor dient zur Stabilisierung des Inversionsprozesses [Meju, 1994]. Sein Einfluss ist um so größer, je weiter man vom Minimum der Lösung entfernt ist.

2.3.1 Die Sensitivitätsmatrix

Zwischen den Daten \mathbf{d} und den Modellparametern \mathbf{m} besteht ein nichtlinearer Zusammenhang:

$$\mathbf{d} = \mathbf{f}(\mathbf{m}) \quad (2.2)$$

wobei \mathbf{f} einem nichtlinearen Vorwärtsoperator entspricht. Durch Taylorreihenentwicklung lässt sich ein linearer Zusammenhang näherungsweise herstellen. Dazu wird ein Startpunkt im Parameterraum benötigt [Meju, 1994]. Sei \mathbf{m}_0 ein geeignetes Startmodell, dann gilt:

$$\mathbf{f}(\mathbf{m}) = \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{m}} \delta \mathbf{m} + \text{höhere Terme} \quad (2.3)$$

Die Terme höherer Ordnung können dabei vernachlässigt werden, wenn man nur kleine Parameterstörungen betrachtet. Wie gut diese Reihe konvergiert, hängt vom Maß der Nichtlinearität ab. Ist das Problem extrem nichtlinear, müssen unter Umständen höhere Reihenglieder berücksichtigt werden [Fletcher, 1987]. Das durch Gleichung 2.3 gelöste Vorwärtsproblem stimmt in der Regel nicht mit den gemessenen Daten überein. Es sei \mathbf{e} das Residuum zwischen Daten und Modellantwort:

$$\mathbf{e} = \mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}) = \mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_0) - \hat{\mathbf{S}} \delta \mathbf{m} \quad (2.4)$$

$\hat{\mathbf{S}}$ wird als Sensitivitätsmatrix bezeichnet⁵ und $\delta\mathbf{m}$ sei die gesuchte Parametervariation.

$$\hat{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial m_1} & \frac{\partial f_1}{\partial m_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial m_M} \\ \frac{\partial f_2}{\partial m_1} & \frac{\partial f_2}{\partial m_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial m_M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_N}{\partial m_1} & \frac{\partial f_N}{\partial m_2} & \cdots & \frac{\partial f_N}{\partial m_M} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Die Sensitivitätsmatrix ist das Kernstück der Inversionsaufgabe. Ihre Elemente sind die partiellen Ableitungen der berechneten Daten nach den Modellparametern. Der Begriff sensitiv ist in diesem Zusammenhang so zu verstehen, dass kleine Variationen des Modells einen Effekt in der Modellantwort hervorrufen. Der Matrix ist in verschiedener Hinsicht eine bedeutende Rolle beizumessen.

1. Die Aufstellung der Sensitivitätsmatrix ist in diesem Fall der eigentlich rechenintensive Schritt bei jeder Iteration. Die Matrix ist vollbesetzt und hat die Dimension $(N \times M)$. Es existieren eine Reihe von Methoden zur Berechnung der Sensitivitäten. McGillivray and Oldenburg [1990] geben hier einen Überblick. In dem Programm von Mackie et al. [1997] wird eine geschickte Methode zur Berechnung der Sensitivitäten eingesetzt: Die Methode der adjungierten Gleichungen (engl. *adjoint equation method*). Dabei wird das Reziprozitätsprinzip zwischen fiktiven Senderdipolen an der Erdoberfläche und Empfangsdipolen an den Knotenpunkten im Gitter verwendet. Anstatt das Vorwärtsproblem für jedes Gitterelement zu lösen, lässt sich dadurch die Anzahl der benötigten Vorwärtslösungen auf die Anzahl der Stationslokationen beschränken [siehe Farquharson and Oldenburg, 1996].
2. Betrachtet man die Werte der Sensitivitätsmatrix, so stellt man fest, dass diese sowohl über mehrere Größenordnungen variieren als auch positiv und negativ sein können. Der Betrag gibt dabei an, wie stark die Daten auf kleine Änderungen der betreffenden Parameter reagieren. Z.B. besagen kleine Werte, dass diese Parameter nur einen geringen oder vernachlässigbaren Einfluss auf die Daten haben. Die Visualisierung der Sensitivitäten sollte damit eine geeignete Methode sein, Aussagen über die Auflösbarkeit zu machen. Für eindimensionale Modelle wird dies in Kapitel 6 demonstriert. Im 2D-Fall kann die Darstellung der Matrix aufgrund ihrer Größe problematisch werden (siehe Kapitel 5).

2.3.2 Die Aufstellung einer regularisierten Zielfunktion

Eingangs wurde diskutiert, dass die Inversionsaufgabe in der MT ein schlecht gestelltes Problem ist, welches die Berücksichtigung von Zwangsbedingungen in der Lösung erfordert. Die

⁵Üblich sind auch die Begriffe Jacobimatrix oder Fréchet-Ableitungen.

Art der Regularisierung ist generell nicht festgelegt. Einen Überblick über Regularisierungsmaßnahmen findet man z.B. in Parker [1994]. Auf Tikhonov and Arsenin [1979] geht zurück, die kleinste Quadrate-Lösung von Gleichung 2.4 durch einen Summenterm zu erweitern. Die Zielfunktion Φ lässt sich damit wie folgt ausdrücken:

$$\Phi = \Phi_{\mathbf{d}} + \tau \cdot \Phi_{\mathbf{m}} \quad (2.6)$$

Die Modellanpassung berechnet sich aus dem ersten Term. Mit $\sigma =$ Datenfehler folgt

$$\Phi_{\mathbf{d}} = \left\| \frac{\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})}{\sigma} \right\|^2 = \sum_i^N \left(\frac{\mathbf{d}_i - \mathbf{f}_i(\mathbf{m})}{\sigma_i} \right)^2 \quad (2.7)$$

Die Normierung des Residuums mit der Varianz σ bewirkt zum einen, dass Daten mit großem Fehler ein kleineres Gewicht bekommen und zum anderen werden die Größen dadurch einheitslos. Der zweite Term ist eine Größe, welche die Modellrauhigkeit bestimmt. In dem Programm entspricht diesem Term ein Differenzenoperator, der in horizontaler und vertikaler Richtung über benachbarte Gitterelemente mittelt. Die Ableitung (Gradient) wirkt dabei auf die Differenz zwischen dem jeweiligen Modell und einem optional gegebenen A-priori-Modell.

$$\Phi_{\mathbf{m}} = \|\mathbf{D}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{apr}})\|^2 \quad (2.8)$$

Wird kein A-priori-Modell verwendet, so steht an der Stelle von \mathbf{m}_{apr} das Startmodell \mathbf{m}_0 . Auf die Lösung hat diese Regularisierungsmaßnahme einen glättenden Effekt. Es besteht außerdem die Möglichkeit, durch nochmalige Anwendung des Differenzenoperators auch die zweite Ableitung (Laplacian) zu bilden. Realisiert wird der Operator $\hat{\mathbf{D}}$ durch eine Matrix der Form

$$\hat{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & & -1 & & & & 0 \\ -1 & 3 & -1 & & -1 & & & \\ & -1 & 3 & -1 & & -1 & & \\ & & & \ddots & & & \ddots & \\ -1 & & & -1 & 2 & & & \\ & -1 & & & 3 & -1 & & \\ & & -1 & & -1 & 4 & -1 & \\ & & & \ddots & & & \ddots & \\ 0 & & & & & & & \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Die Idee bei der Aufstellung einer Zielfunktion nach Gleichung 2.6 ist die Suche nach einem *minimum structure model*,⁶ welches die Daten im Rahmen der Messgenauigkeit optimal

⁶Unter einem *minimum structure model* versteht man im allgemeinen ein glattes Modell, d.h. ein Modell, das möglichst wenig Struktur enthält. Aufgrund der mangelnden Auflösbarkeit in der Magnetotellurik wird diesem Modelltyp in der Regel der Vorzug vor einem „rauen“ Modell gegeben.

anpasst [de Groot-Hedlin and Constable, 1990]. Der Regularisierungsparameter τ steuert dabei das Verhältnis zwischen Anpassung und Modellrauhigkeit. Das Inversionsergebnis hängt stark von diesem Parameter ab (vergl. Kapitel 4.2.1). Zur Ermittlung optimaler Regularisierungsparameter existieren eine Reihe von Verfahren [siehe z.B. Hansen, 1998], wobei in diesem Fall durch die Abtastung einer so genannten L-Kurve [z.B. Hansen and O’Leary, 1993] ein Kriterium für die Bestimmung von τ angegeben werden kann [Kapitel 4.2.1 und Schwalenberg, 1997]. In dem Programm von Mackie et al. [1994] wird τ dabei in dem jeweiligen Inversionslauf festgesetzt. Bei anderen Programmen (z.B. der RRI-Code von Smith and Booker [1991] oder das Occam-Verfahren von Constable et al. [1987]) wird bei jeder Iteration durch das Abtasten der L-Kurve ein optimales τ bestimmt, wobei diese Methode mit einem höheren Rechenaufwand verbunden ist.

An dieser Stelle soll nochmal darauf hingewiesen werden, dass erst die Berücksichtigung von Regularisierungstermen in der Zielfunktion zu sinnvollen Ergebnissen führt. Die Unbestimmtheit in der Lösung wird dabei durch die Reduzierung der Freiheitsgrade eingeschränkt. In dem Zusammenhang muss die Wahl der Regularisierungsmaßnahmen aus numerischer Sicht nicht dem hier verwendeten Glättkriterium entsprechen. Die in Kapitel 5 und 6 diskutierten Sensitivitäts- und Auflösungsstudien werden jedoch zeigen, dass die Magnetotellurik keine hochauflösende Methode ist, so dass die Suche nach einem glatten Modell dem Problem angemessener erscheint.

Die vollständige Lösungsformel zur Berechnung der gesuchten Parametervariation lässt sich nun folgendermaßen ausdrücken:

$$\left[\hat{\mathbf{S}}^T \hat{\mathbf{W}}^T \hat{\mathbf{W}} \hat{\mathbf{S}} + \tau \cdot \hat{\mathbf{D}}^T \hat{\mathbf{D}} + \beta \cdot \hat{\mathbf{I}} \right] * \delta \mathbf{m} = \left[\hat{\mathbf{S}}^T \hat{\mathbf{W}} \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})) + \tau \cdot \hat{\mathbf{D}}^T \hat{\mathbf{D}} \cdot (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{apr}}) \right] \quad (2.10)$$

$\hat{\mathbf{W}} = \frac{1}{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{I}}$ ist die Matrix der Standardabweichungen. $\beta = \epsilon \cdot (\Phi_d + \Phi_m)$ entspricht nach dem Marquardt-Levenberg-Verfahren einem Dämpfungsfaktor [Meju, 1994]. In diesem Fall ist β eine Variable, die sich aus dem eingelesenen Regularisierungs- bzw. Marquardtfaktor ϵ , dem kleinste-Quadrate-Fehler aus Gleichung 2.7 und dem durch die Glättung entstehenden Fehler in Gleichung 2.8 zusammensetzt. Das bedeutet β ist groß, wenn Φ_d und/oder Φ_m groß ist, was der Fall ist, wenn man noch weit von der Lösung entfernt ist. $\delta \mathbf{m}$ bezeichnet die bei jedem Iterationsschritt gesuchte Parametervariation.

In einer generelleren Form, die der Baye’schen Inversionstheorie entnommen werden kann [Tarantola and Valette, 1982, Duijndam, 1988], folgt aus Gleichung 2.10 mit der Daten- bzw. Modellkovarianzmatrix $\hat{\mathbf{C}}_{dd}$ und $\hat{\mathbf{C}}_{mm}$:⁷

$$\left[\hat{\mathbf{S}}^T \hat{\mathbf{C}}_{dd}^{-1} \hat{\mathbf{S}} + \hat{\mathbf{C}}_{mm}^{-1} + \beta \cdot \hat{\mathbf{I}} \right] * \delta \mathbf{m} = \left[\hat{\mathbf{S}}^T \hat{\mathbf{W}} \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})) + \hat{\mathbf{C}}_{mm}^{-1} \cdot (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{apr}}) \right] \quad (2.11)$$

⁷ $\hat{\mathbf{C}}_{mm}$ ist hier eine A-priori-Kovarianzmatrix, die nicht mit der A-posteriori-Kovarianzmatrix in Kapitel 6 zu verwechseln ist.

$\hat{\mathbf{C}}_{dd}$ ist eine Wichtungsmatrix, die a-priori auf die Daten angewendet wird. Die in Gleichung 2.10 verwendete Standardabweichung ist ein Spezialfall, bei dem angenommen wird, dass der Datenfehler unkorreliert ist, was streng genommen nicht der Fall ist. Abgesehen von technischem Noise und Ausreißern in den Daten besteht auch zwischen den Datenfehlern eine gewisse Abhängigkeit, die jedoch in der Praxis vernachlässigt wird. Der in Gleichung 2.6 eingeführte Regularisierungsterm $\tau \cdot \Phi_{\mathbf{m}}$, durch den eine Abhängigkeit zwischen den Parametern geschaffen wird, kann ebenfalls als A-priori-Kovarianzmatrix $\hat{\mathbf{C}}_{mm}$ angesehen werden [Ory and Pratt, 1995]. Interessant für die Modellierung ist dabei, wie sich die A-priori-Kovarianzen a-posteriori auswirken, was durch die in Kapitel 6 eingeführte A-posteriori-Modellkovarianzmatrix ausgedrückt wird.

Das in Gleichung 2.10 aufgestellte lineare Gleichungssystem der Form $\hat{\mathbf{A}}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ wird in der verwendeten Programmversion durch Anwendung eines Gauß-Newton-Verfahrens gelöst [z.B. Meju, 1994]. Die Berechnung der Inversen $\hat{\mathbf{A}}^{-1}$ geschieht durch ein direktes Eliminationsverfahren [LU-Dekomposition, z.B. Golub and Van Loan, 1989]. Die Inversionschleife schließt sich, indem das aktuelle Modell \mathbf{m}_k mit der in Gleichung 2.10 berechneten Parametervariation $\delta\mathbf{m}_k$ modifiziert wird.

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \delta\mathbf{m}_k \quad (2.12)$$

Der Abbruch des Inversionsprozesses erfolgt, wenn die Anzahl der angegebenen Iterationen erreicht wird oder der rms-Fehler ein Abbruchkriterium unterschreitet. Der rms-Fehler berechnet sich aus der mit N normierten kleinste-Quadrate-Lösung in Gleichung 2.7:

$$\text{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \left\| \frac{\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})}{\sigma} \right\|^2} \quad (2.13)$$

N ist dabei der Erwartungswert der kleinsten-Quadrate-Lösung und entspricht der Dimension des Datenraums [Menke, 1984]. Eine optimale Anpassung hat man erreicht wenn rms=1 ist, was in der Regel nicht der Fall sein wird, da die Daten fehlerbehaftet sind. Eine Über- bzw. Fehlanpassung hat man, wenn $1 \ll \text{rms} \gg 1$ [Meju, 1994].

In einer neueren Version des Programms, die beispielsweise in dem Programmpaket GEO-TOOLS[©] implementiert ist, wird eine nichtlineare konjugierte Gradientenmethode benutzt, die wesentlich effektiver arbeitet [siehe dazu Mackie and Madden, 1993, Scales and Smith, 1996, Golub and Ortega, 1996]. Dabei wird jedoch die Sensitivitätsmatrix, die ein Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit ist, nicht explizit berechnet.

Kapitel 3

Die Zentralen Anden

Dieses Kapitel soll einen kurzen Einblick in die Geologie der Zentralen Anden geben und einen Teil der geophysikalischen Arbeiten und Ergebnisse beschreiben, die im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 267 *Deformationsprozesse in den Anden* und der vorangegangenen Forschergruppe *Mobilität aktiver Kontinentalränder* in den Zentralen Anden durchgeführt wurden. Die Ausführungen sind dabei nur als Orientierungshilfe für die nachfolgenden Kapitel zu verstehen, für eine detailliertere Einsicht sei auf die jeweiligen Autoren verwiesen.

3.1 Aus geologischer Sicht

Das heutige Erscheinungsbild der Zentralen Anden ist durch die Subduktion der Nazcaplatte unter den südamerikanischen Kontinent geprägt. Das gesamte Gebirge mit seiner Länge von fast 8000 km und einem Reliefunterschied von etwa 15 km zwischen der Tiefseerinne (7-8 km) und den höchsten Vulkanen (fast 7000 m, Ojos del Salado) stellt dabei einen Prototyp einer Ozean-Kontinent-Konvergenz dar, wobei es zur Ausprägung der heute bekannten Topographie im Bereich der Zentralanden erst infolge der im Oligozän einsetzenden Hebung kam (s.u.). In diesem Bereich führte die ostwärts gerichtete Subduktion zu einer NS-streichenden Morphologie (siehe Abbildung 3.1). Scheuber and Reutter [1992] unterscheiden seit Beginn des Andinen Zyklus im Jura [Coira et al., 1982] die Entstehung von insgesamt 4 magmatischen Bögen, die heute die geologischen Großstrukturen im Forearc bilden, wobei die Wanderung des jeweiligen Bogens nach Westen durch tektonische Erosion verursacht wurde [Patzwahl, 1998, von Huene et al., 1999].

Zu Beginn des Zyklus im Jura befand sich der magmatische Bogen in der heutigen Küstenkordillere (**CC**) und verweilte dort bis in die frühe Kreide (200-120 Ma). In der mittleren bis späten Kreide vor 110-80 Ma lag das Zentrum magmatischer Aktivität im Längstal (**LV**). Die chilenische Präkordillere (**PC**) bildete den magmatischen Bogen von der Oberkreide bis zum

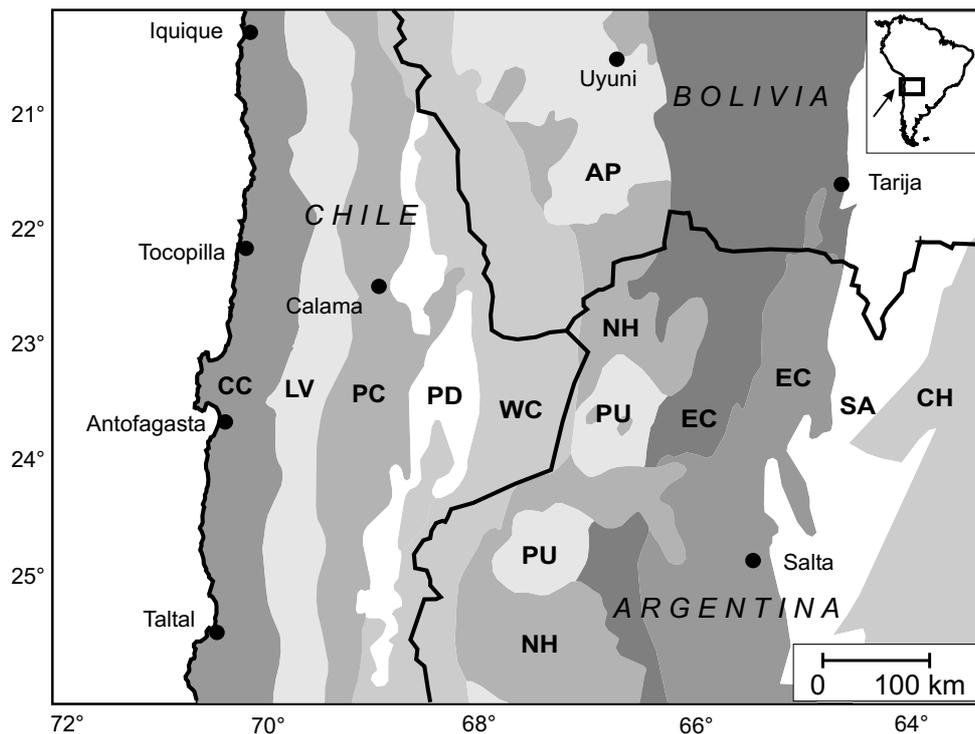


Abbildung 3.1: Geomorphologischer Kartenausschnitt der Zentralen Anden nach Scheuber et al. [1994]. Die wesentlichen Einheiten verlaufen annähernd NS. **CC:** Küstenkordillere, **LV:** Längstal, **PC:** Präkordillere, **PD:** Präandine Depression, **WC:** Westkordillere, **AP:** Altiplano, **PU:** Puna, **EC:** Ostkordillere, **SA:** Subandin, **CH:** Andenvorland, Chaco.

Eozän (72-35 Ma). Zwischen 21° S und 28° S kann sie heute durch die Präandine Depression (**PD**) von der Westkordillere unterschieden werden. Weiter südlich und nördlich vereinigen sich beide Kordilleren zur Hauptkordillere [Scheuber, 1994]. Seit dem Miozän vor ~ 24 Ma liegt die vulkanische Front in der Westkordillere (**WC**). Den heutigen Backarc der südlichen Zentralanden bilden das Altiplano-Puna-Plateau (**AP** und **PU**), die Ostkordillere (**EC**) und das Subandin (**SA**). Das Andenvorland wird durch den brasilianischen und argentinischen Chaco (**CH**) gebildet.

Die Berge in der heutigen Küstenkordillere erreichen Höhen bis zu 2000 m, stellenweise bis zu 3000 m. Geologisch wird die **CC** zum größten Teil von jurassischen bis unterkretazischen Vulkaniten und Plutoniten aufgebaut [Scheuber, 1994]. Das Längstal weist eine durchschnittliche Höhe von 1200 m auf und wird im wesentlichen von jurassischen bis unterkretazischen Sedimenten sowie kretazischen Vulkaniten und Plutoniten dominiert [Scheuber, 1994]. Den geologischen Aufbau der stellenweise bis zu 5000 m hohen Präkordillere bilden frühpaläozoische Gesteine, die von mesozoischen bis tertiären Sedimenten und Vulkaniten überdeckt werden. Daneben treten paläogene Plutonite auf [Giese et al., 1999]. Die überwiegend andesitisches Material fördernden Vulkane der Westkordillere überragen eine im Durchschnitt 4000 m hohe Fläche um 1500-2500 m. Vorherrschend sind hier miozäne bis quartäre Vulkanite auf

paläozänen bis oligozänen Gesteinen. Weitreichende Ignimbritdecken lassen auch auf tertiären und quartären sauren Vulkanismus schließen (z.B. Altos de Pica).

Das Altiplano-Puna-Plateau im Backarc hat eine durchschnittliche Höhe von 4000 m und wird in Ausmaß und Hochlage weltweit nur noch vom Tibet-Plateau übertroffen. Die NW-argentinische Puna (ca. 4500 m) liegt dabei etwa 800 m höher als der südbolivianische Altiplano (ca. 3700 m) und unterscheidet sich von diesem neben der Topographie auch im Magmatismus und in der Lithosphärenstruktur [Allmendinger et al., 1997]. Der Altiplano wird überwiegend von känozoischen Sedimenten überdeckt, die lokal bis zu 10 km mächtig werden können [Giese et al., 1999]. Die Ostkordillere erreicht Höhen von über 6000 m und wird von präkambrischen bis paläozoischen Gesteinen aufgebaut, die zum Teil von kretazischen bis känozoischen Sedimenten überlagert werden. Das Subandin ist ein junger Falten- und Überschiebungsgürtel, dessen Entstehung auf die beidseitige Konvergenz zurückgeführt werden kann, die durch die westwärtige Unterschiebung des brasilianischen Schields unter das Andenorogen und die ostwärtige Subduktion der Nazcaplatte verursacht wird [Scheuber, 1994].

Zwei wichtige Parameter, die den Subduktionsprozess beeinflussen, sind die Konvergenzschiefe und die Subduktionsgeschwindigkeit. Scheuber and Reutter [1992] zeigen, dass sich die Plattenkonfiguration seit der mittleren Kreide mehrfach änderte: Bis vor 100 Ma beherrschte die Aluk-Platte das Subduktionsgeschehen der Zentralen Anden, die in SO bis SSO Richtung mit dem südamerikanischen Kontinent konvergierte. Seit der oberen Kreide vor 70 Ma tauchte die Farallonplatte in ONO Richtung ab, aus der im Oligozän die Nazcaplatte und die Cocosplatte hervorgegangen sind. Während die Cocosplatte unter den mittelamerikanischen Kontinent abtaucht, wird seitdem die Nazcaplatte bei einer geringen Konvergenzschiefe unter den südamerikanischen Kontinentalrand subduziert [Scheuber, 1994]. Die Konvergenzrate war bis vor 48 Ma gering (< 5 cm/a) [Scheuber and Reutter, 1992] und stieg dann - mit Unterbrechungen - beträchtlich an. Seit etwa 20 Ma liegt die Subduktionsgeschwindigkeit in einer Größenordnung von >9 cm/a.

In Abhängigkeit von diesen beiden Parametern kam es im Verlauf der andinen Orogenese zunächst zu Extensionsbewegungen [200-90 Ma, Reutter et al., 1996] und später seit dem Oligozän verstärkt zu kompressiven Bewegungen. Scheuber and Reutter [1992] und Scheuber [1994] untersuchen den Zusammenhang zwischen den Konvergenzparametern und dem Spannungsregime und erklären damit das Deformationsverhalten im Forearc. Insbesondere führte die schiefe Konvergenz zur Anlage der großen, NS-streichenden Störungszonen wie die im Jura angelegte Atacama Fault Zone (**AFZ**) in der Küstenkordillere und die West Fissure (**WF**) in der Präkordillere, an der die Hauptdeformation im Obereozän stattfand [Reutter et al., 1996]. Beide Schwächezonen haben in Abhängigkeit von der jeweiligen Bewegungsrichtung der abtauchenden Platte den Bewegungssinn seit ihrer Entstehung mehrfach

geändert und weisen sowohl horizontale als auch vertikale Versätze auf [Scheuber, 1994]. Im Zusammenhang mit dem Präkordilleren-Störungssystem stehen dabei die großen chilenischen porphyrischen Kupferlagerstätten (Chuquicamata, Quebrada Blanca, Collahuasi); Kupfer ist noch heute der größte wirtschaftliche Exportfaktor Chiles.

Eine Besonderheit der Zentralen Anden stellt die anomale Krustendicke dar. Insbesondere seismische und gravimetrische Untersuchungen ergaben eine Krustenmächtigkeit von etwa 70 km unter der Präkordillere, der Westkordillere und dem Altiplano. Die Hebung des Gebiets setzte erst im Oligozän ein, als der Subduktionswinkel abflachte und die Konvergenzrate sich erhöhte. Über die Ursachen der Plateaubildung besteht keine einheitliche Meinung. Erste Hinweise auf eine anomale Krustendicke gehen auf James [1971a,b] zurück, der unter der Westkordillere eine Krustenmächtigkeit von 70 km annahm. Die Ursache sah er im Magmatismus. Bilanzierungen haben jedoch ergeben, dass der magmatische Input nicht ausreicht, die beobachtete Krustenmächtigkeit zu erklären. Reutter et al. [1988], Scheuber et al. [1994] und eine Reihe anderer Autoren sehen die Hauptursache in der Krustenverkürzung, die durch das verstärkt kompressive Regime seit dem Oligozän hervorgerufen wird. Ein weiteres Modell wurde von Isacks [1988] vorgeschlagen. Er folgert die anomale Krustendicke aus der Verdünnung der Lithosphäre durch thermalen Aufstieg der Asthenosphäre in Kombination mit Krustenverkürzung. Die meisten Autoren sind sich mehr oder weniger einig, dass eine Kombination verschiedener Mechanismen für die Plateaubildung verantwortlich sind [z.B. Scheuber, 1994, Allmendinger et al., 1997, Lamb and Hoke, 1997, Kley and Monaldi, 1998, etc.]. Giese et al. [1999] leiten aus Untersuchungen um den 21. Breitengrad ab, dass tektonische Verkürzung der dominierende Prozess im Backarc ist und hier etwa 50-55% der Gesamtverkürzung ausmacht, die nach Allmendinger et al. [1997] bis zu 300 km betragen kann. Magmatische Zufuhr aus dem Mantel macht nur etwa 4% aus. Insbesondere im Forearc sind ~15% Verkürzung auf Hydrationsprozesse im Mantelkeil zurückzuführen [Giese et al., 1999].

3.2 Aus geophysikalischer Sicht

Zahlreiche geophysikalische Experimente, die im Rahmen des SFB 267 und der vorangegangenen Forschergruppe sowie von anderen internationalen Forschergruppen durchgeführt wurden, gaben zum Teil eine detaillierte Einsicht in den physikalischen Aufbau der Zentralen Anden. Im folgenden soll kurz eine Auswahl von Arbeiten und Ergebnissen beschrieben werden, die sich um den 21. Breitengrad konzentrieren.

Leitfähigkeitsuntersuchungen

Schmucker war einer der Pioniere, der die elektrische Leitfähigkeitsstruktur der Anden erforschte. Anfang der 60er Jahre postuliert er eine große Leitfähigkeitsanomalie unter Peru und Bolivien (*Andean Conductor*) [Schmucker et al., 1964, 1966]. Erste umfangreiche Messungen weiter südlich wurden dann von der Forschergruppe in den 80er Jahren durchgeführt. Die Ergebnisse einer zweidimensionalen Modellrechnung auf einem Profil bei 22° S, das von der Küste bis in den Chaco hinein verläuft, sind von Schwarz and Krüger [1997] veröffentlicht worden. Das Modell zeigt unter der Westkordillere in einer Tiefe von ca. 30 km einen guten Leiter mit Widerstandswerten unter 2 Ωm , der unter dem Altiplano aufsteigt und in der Ostkordillere endet. Schilling et al. [1997] erklären diese Anomalie mit der Existenz von partiellen Schmelzen. Weitere Modellierungen wurden von Massow [1994] und Heise [1998] durchgeführt. Ihre Modellierungen von einem Datensatz bei 22.5° S ergeben einen sehr guten Leiter unter der Westkordillere ($\rho < 0.5 \Omega\text{m}$), wobei in der Neubearbeitung von Heise [1998] ein weiterer guter Leiter unter der Präandinen Depression erscheint. Lezaeta et al. [2000] analysierten einen Datensatz aus dem NW-argentinischen Backarc bei 24.5° S. Das Endmodell zeigt einen guten Leiter unter der Ostkordillere, den sie als lokale Hochlage der Asthenosphäre interpretieren mit einer eventuellen Anbindung an den Puna-Vulkanismus.

In geographischer Nähe zum ANCORP-Profil befindet sich der von Echternacht et al. [1997] [auch Echternacht, 1998] bearbeitete Datensatz auf dem Pica-Profil bei 20.5° S (siehe Abbildung 4.1). Die von ihm durchgeführten Modellrechnungen ergeben eine Zone hoher Leitfähigkeit unter der Präkordillere, die er in einen oberen und unteren Leiter unterteilt. Der obere Leiter kann von oberflächennah bis in eine Tiefe von ca. 35 km verfolgt werden und hat Widerstandswerte von 5 Ωm bzw. 2 Ωm . Der untere Leiter liegt im Tiefenbereich von 60 km bis ~ 120 km. Der Widerstandswert beträgt hier 0.5 Ωm . Als mögliche Ursache für die erhöhte Leitfähigkeit diskutiert er Dehydrationsprozesse, wobei die freigesetzten Fluide in dem Präkordilleren-Störungssystem eine Aufstiegsbahn finden. Unter der Westkordillere zeigt sein Modell im Gegensatz zu den Ergebnissen von Schwarz and Krüger [1997] bei 22° S keinen guten Leiter. Ebenso zeichnet sich die abtauchende Platte nicht durch ein anomales Verhalten hinsichtlich der elektrischen Leitfähigkeit ab. Eine Reinterpretation dieses Datensatzes mit dem Programmcode von Mackie et al. [1997] wird in Abbildung 7.2 dargestellt.

Seismik

Das aus refraktionsseismischen Messungen auf dem 21. Breitengrad abgeleitete Geschwindigkeitsmodell von Wigger et al. [1994] zeigt abweichende Durchschnittsgeschwindigkeiten für die kontinentale Kruste im Forearc, Arc und Backarc: Im Forearc sind die Durchschnitts-

geschwindigkeiten (v_{av}) hoch, wobei eine Abnahme von der Küstenkordillere (6.6 km/s) zur Präkordillere (6.2 km/s) zu beobachten ist. Unter der Westkordillere nimmt v_{av} auf 5.9-6.0 km/s ab und steigt unter dem Altiplano und der Ostkordillere wieder auf 6.0-6.1 km/s an [Schmitz et al., 1997]. Ein Geschwindigkeitsanstieg auf 7.9 km/s unter der Präkordillere in einer Tiefe von 70 km wird als Grenze zwischen Kruste und Mantel interpretiert [Schmitz et al., 1997, 1999]. Eine weitere Diskontinuität zwischen 20-25 km unter der **CC**, die unter der **PC** in 35-40 km Tiefe liegt, stellt nach Schmitz et al. [1999] die Grenze zwischen Ober- und Unterkruste dar. Unter der Westkordillere und dem westlichen Altiplano sind keine deutlichen überkritischen Reflexionen unterhalb 50-60 km beobachtbar. Schwache Einsätze lassen unter dem östlichen Altiplano auf eine Diskontinuität in 70 km Tiefe schließen. Unter der Ostkordillere ist die Moho wieder deutlich in 60-70 km Tiefe erkennbar. Die Kruste unter dem Altiplano und der **WC** wird durch eine Hochgeschwindigkeitszone (**HVZ** von *high velocity zone*) von 6.8-6.4 km/s in einer Tiefe von etwa 20 km und einer darunter liegenden ausgedehnten Niedriggeschwindigkeitszone (**LVZ** von *low velocity zone*) charakterisiert. Letztere wird von Schmitz et al. [1997] durch das Vorhandensein partieller Schmelzen erklärt. Die Existenz einer **LVZ** kann von Zandt et al. [1994] und Beck et al. [1996] aus regionalen Breitbandstudien im Rahmen der BANJO- und SEDA-Experimente¹ zwischen 17° S und 20° S bestätigt werden, wobei das von ihnen abgeleitete Geschwindigkeitsmodell keine **HVZ** in der mittleren Kruste vorsieht. Aus den niedrigen Durchschnittsgeschwindigkeiten und einem niedrigen Poisson-Verhältnis von 0.25 schließen sie auf eine überwiegend felsisch zusammengesetzte Kruste unter dem bolivianischen Altiplano [Zandt et al., 1996].

Im Rahmen des reflexionsseismische ANCORP-Experiments wurde eine Ostwest-Traversal auf dem 21. Breitengrad angelegt, die die morphologischen Einheiten von der Küstenkordillere bis zum östlichen Altiplanorand überquert. Im Forearc ergeben sich dabei zwei starke Reflektoren (siehe Abbildung 3.2, auch Abbildung 5.7). Ein nach Osten abtauchendes Band hoher Reflektivität (Nazca-Reflektor) im Tiefenbereich von etwa 40-80 km wird mit Hydratisierungsprozessen² und Fluid-getriggerten Mineralumwandlungen oberhalb der abtauchenden Platte in Zusammenhang gebracht. Die Bildung von Fluidbarrieren an der Serpentinisierungsfront sowie die Veränderung petrophysikalischer Eigenschaften des Gesteins kann den seismischen Impedanzkontrast maßgeblich erhöhen [ANCORP Working Group, 1999]. Am Westrand der vulkanischen Front erscheint ein weiterer, nach Westen einfallender Reflektor im Tiefenbereich von 20-30 km (Quebrada Blanca Bright Spot, **QBBS**). Aufsteigende Fluide, die eventuell in dem Präkordillere-Störungssystem eine Aufstiegsbahn finden, initiieren den Übergang von Amphibolit zu Grünschieferfazies. Die damit einhergehende Volumenerweiterung und Schließung von Porenräumen kann ebenfalls zur Bildung von Fluidfallen führen [ANCORP Working Group, 1999]. Demgegenüber stellt der rezente magmatische Bogen aus reflexionsseismischer Sicht eine ruhige Zone dar. Zwei Zentren hoher Reflektivität sind wie-

¹ von **B**roadband **A**Ndean **J**oint experiment bzw. **S**eismic **E**xploration of the **D**eep **A**ltiplano.

² In erster Linie der Übergang von Mantelperidotit zu Serpentin.

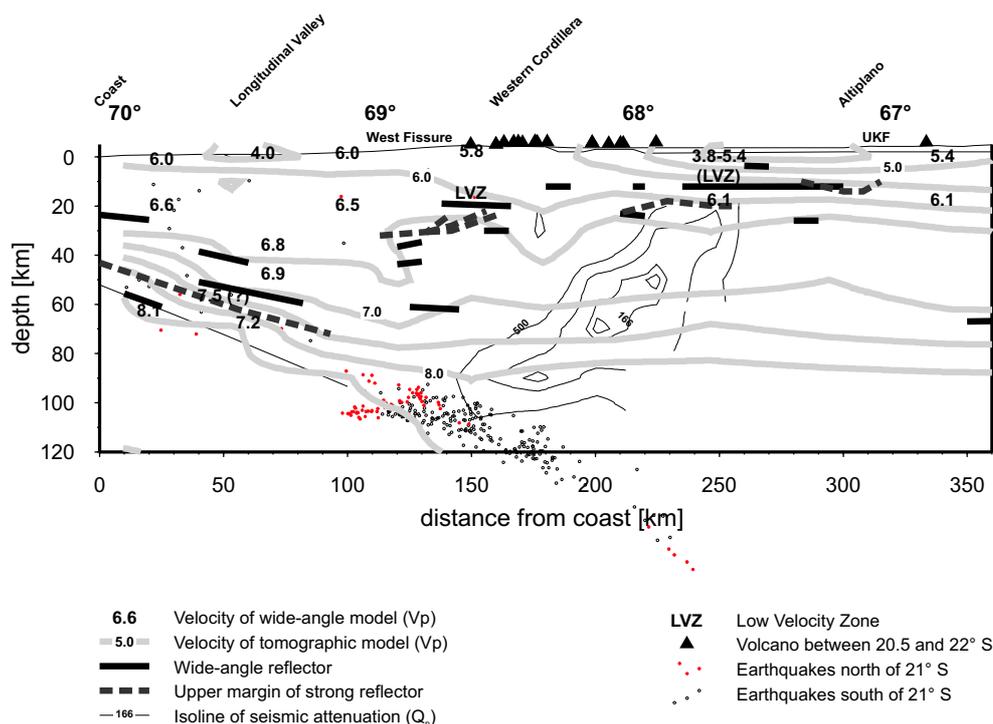


Abbildung 3.2: Gemeinsame Darstellung der aus Weitwinkelreflexionen und Tomographie-modellen abgeleiteten v_p -Geschwindigkeiten, Erdbebenhypozenten, seismische Reflektoren und seismischer Gütefaktor Q_p bei 21° S nach Lüth [1999].

derum in der mittleren Kruste unter dem Altiplano beobachtbar; die Reflexionskoeffizienten sind hier etwas kleiner als im Forearc (M. Stiller, pers. Mitt.). Eine Erklärung hierfür wäre eine stark geschwächte Kruste und das Vorhandensein von partiellen Schmelzen.

Der Analyse von Weitwinkel-Reflexionen aus dem ANCORP-Datensatz entnimmt Lüth [1999] die Existenz einer Niedriggeschwindigkeitszone (**LVZ**, siehe Abbildung 3.2) unter dem Altiplano in einer Tiefe von ca. 10 km. Dies kann als ein weiteres Indiz für das aus geophysikalischer Sicht anomale Verhalten in der mittleren Kruste unter dem Altiplano angesehen werden. Allerdings nimmt die Strahlenüberdeckung und damit die Auflösung im Backarc ab. Im Forearc stimmen seine Ergebnisse recht gut mit dem aus seismologischen Messungen abgeleiteten Geschwindigkeitsmodell überein (vergl. Abbildung 3.2). Unter dem Längstal existiert in einer Tiefe zwischen 50-55 km eine Diskontinuität, die von Lüth [1999] als kontinentale Moho interpretiert wird. Einsätze von der ozeanischen Moho gibt es unter der Küstenkordillere in ~ 60 km Tiefe.

Seismologie

Durch Messungen der Seismizität kann die Lage der Wadati-Benioff-Zone bestimmt werden, die definitionsgemäß die Grenze zwischen Ober- und Unterplatte beschreibt [z.B. Ruff, 1996].

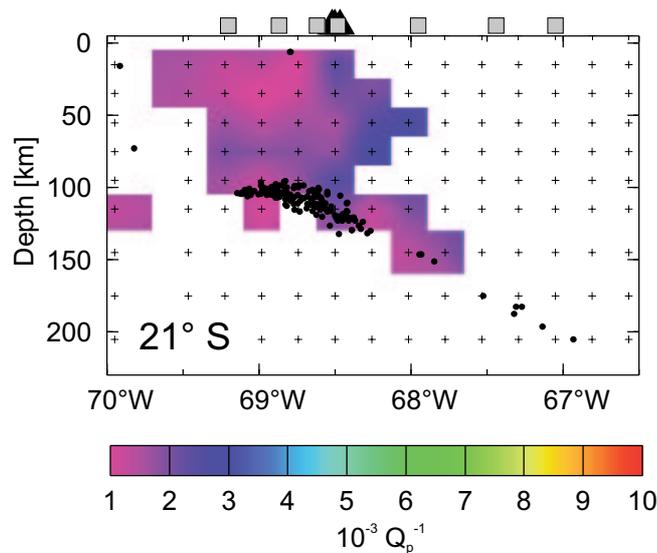


Abbildung 3.3: Darstellung der aus tomographischen Methoden abgeleitete Verteilung des seismischen Qualitätsfaktor Q_p auf einem Schnitt bei 21° S [Haberland, 1999]. Die Werte verhalten sich linear zu $10^{-3} Q_p^{-1}$.

Insgesamt zeichnet sich das Untersuchungsgebiet um den $21.$ Breitengrad durch eine sehr starke Seismizität aus [Rietbrock and ANCORP Research Group, 1999], wobei eine Zone erhöhter Aktivität im Tiefenbereich zwischen 70 - 120 km erkennbar ist. Unter dem vulkanischen Bogen in der Westkordillere erreicht die Plattengrenze dabei eine Tiefe von ca. 100 km (siehe Abbildung 3.2).

Die mit Hilfe tomographischer Methoden ermittelte Verteilung des seismischen Qualitätsfaktors Q_p von Haberland [1999] zeigt für den Schnitt bei 21° S hohe Werte ($Q_p > 1000$ bzw. $10^{-3} Q_p^{-1} < 1$) für den Forearc, woraus auf eine sehr geringe Dämpfung geschlossen werden kann. Unter dem vulkanischen Bogen erstreckt sich in einer Tiefe von ca. 50 km ein Bereich hoher Dämpfung, der zwischen 24° S ($Q_p > 500$) und 20.5° S ($Q_p < 100$ bzw. $10^{-3} Q_p^{-1} > 10$) graduell abnimmt. Bei 21° S ist $Q_p < 200$ bzw. $10^{-3} Q_p^{-1} > 2$ (siehe Abbildung 3.3), wobei der östliche, zum Altiplano hin aufsteigende Teil dieser Anomalie aufgrund mangelnder Datenüberdeckung als schlecht aufgelöst betrachtet werden muss [Haberland, 1999]. Die nach Norden abnehmende Dämpfung korreliert dabei mit dem ausbleibenden rezenten Vulkanismus im Pica-Gap [Wörner et al., 1994]. Weitere Hinweise auf eine geschwächte Kruste im Arc und angrenzenden Backarc können aus dem von Rietbrock and ANCORP Research Group [1999] berechneten hohen v_p/v_s -Verhältnis von ca. 1.8 entnommen werden. Der Forearc wird demgegenüber durch ein normales v_p/v_s -Verhältnis von ca. 1.73 charakterisiert.

Auch die Darstellung der aus P- zu S-Wellen konvertierten Einsätzen abgeleiteten *Receiver-Functions* von Yuan et al. [2000] (siehe Abbildung 3.4) zeigt einen Bereich negativer Kon-

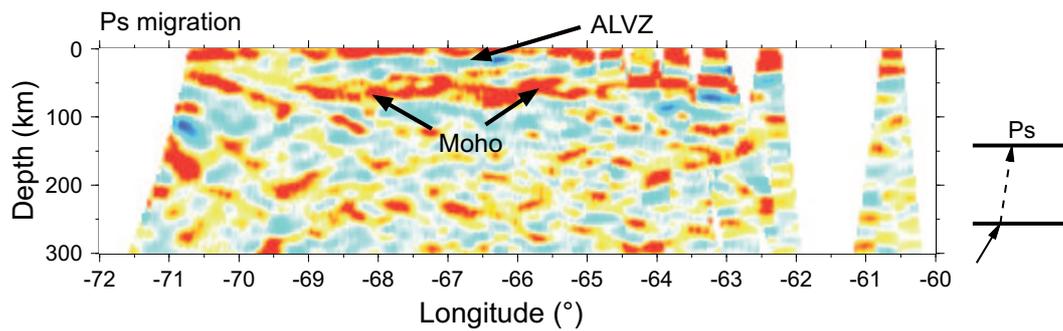


Abbildung 3.4: Darstellung der aus P- zu S-Wellen konvertierten *Receiver Functions* bei 21° S von Yuan et al. [2000]. Im Tiefenbereich zwischen ~ 10-40 km existiert ein negativer Geschwindigkeitskontrast (blaue Amplituden), den sie als *Andean Low Velocity Zone* (ALVZ) bezeichnen. Darunter liegende Konversionen (rote Amplituden) werden der Moho zugeordnet.

versionen im mittleren Krustenbereich unter dem Backarc zwischen 22° S und 24° S, den sie als *Andean Low Velocity Zone* bezeichnen und durch partielle Schmelzen erklären. Die eingezeichnete Lage der Moho zwischen 40 und 75 km korrespondiert mit der aus Weitwinkelreflexionen und seismologischen Beobachtungen prognostizierten Krustendicke [Yuan et al., 2000].

Gravimetrie

Aus gravimetrischen Daten kann die Struktur der kontinentalen Lithosphäre nachvollzogen werden [Götze and Kirchner, 1997]. Die Bouguer-Anomalie weist ein ausgeprägtes Minimum von -450 mgal in der **WC** und dem Altiplano auf, das in der **EC** allmählich ausklingt. Nach Abzug einer mittleren Krustenwirkung ergibt sich für das isostatische Restfeld ein Minimum

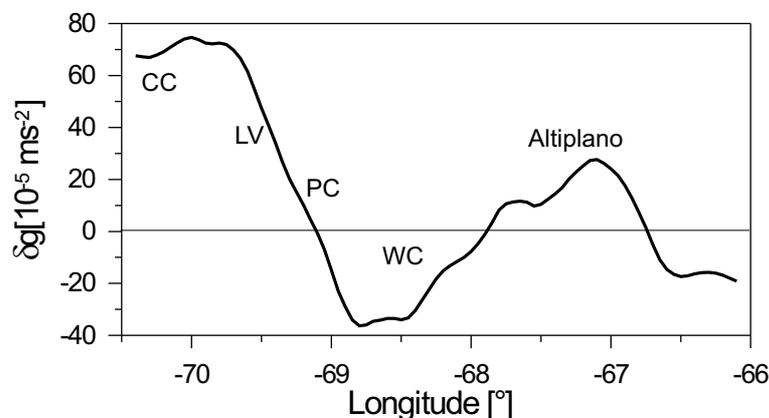


Abbildung 3.5: Das isostatische Restfeld bei 21° S. Die Westkordillere korrespondiert mit einem Minimum von ~ -40 mgal, auf dem Altiplano ist ein lokales Maximum von ca. 30 mgal beobachtbar.

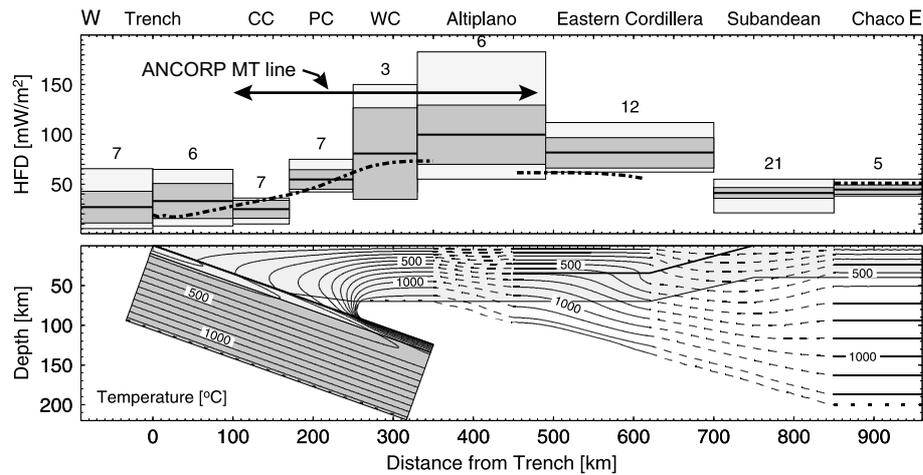


Abbildung 3.6: Wärmeflussdaten und das von Springer [1999] berechnete Temperaturmodell. Der Forearc wird durch einen niedrigen Wärmefluss von ca. 20 mW/m^2 gekennzeichnet. In der Westkordillere und auf dem Altiplano werden Werte über 100 mW/m^2 erreicht. Die 600°C Isolinie liegt hier in einer Tiefe von ca. 40 km , wobei die Daten auf dem Altiplano nur schlecht belegt sind.

von ca. -40 mgal in der Westkordillere und ein Maximum von ca. 30 mgal auf dem Altiplano (siehe Abbildung 3.5). Eine mögliche Erklärung für dieses Maximum könnte ein positiver Dichtekontrast sein, der durch lokale, relativ oberflächennahe Körper verursacht wird (H.J. Götze, pers. Mitt.). Eine weitere Möglichkeit wäre ein überwiegend mafischer Körper in einer Tiefe von ca. $20\text{-}30 \text{ km}$. Aber auch partielle Schmelzen granitischer bis intermediärer Gesteine können bei Anwesenheit von Fluiden zu höheren Dichtewerten führen [Clemens and Droop, 1998].

Temperatur und Wärmefluss

Den Forearc charakterisieren niedrige Wärmeflussraten, die von 20 mW/m^2 im Trench auf $\sim 50 \text{ mW/m}^2$ in der **PC** ansteigen. Hohe Werte bis über 100 mW/m^2 können im Arc und Backarc beobachtet werden. Das von Springer [1999] berechnete Temperaturmodell erreicht unter der **WC** und dem Altiplano die 600°C Isotherme in einer Tiefe von ca. 40 km , was das Aufschmelzen einer überwiegend felsisch zusammengesetzten Kruste ermöglichen würde [Brasse et al., 2000], wobei die Datenbasis insbesondere auf dem Altiplano unzureichend ist.

Kapitel 4

2D-Modellierung der Daten auf dem ANCORP-Profil

4.1 Vorbemerkungen

Bevor die Ergebnisse der zweidimensionalen Modellierung mit dem Programm von Mackie et al. [1997] präsentiert werden, sollen an dieser Stelle noch einige Anmerkungen zu den Daten und der Dimensionalität im Messgebiet gemacht werden. Zur Registrierung der Zeitreihen standen 14 langperiodische Magnetotellurikinstrumente (Göttinger LMT's) zur Verfügung. Die Aufnahme der Magnetfelder erfolgte mit Fluxgatemagnetometern der Firma Auster,

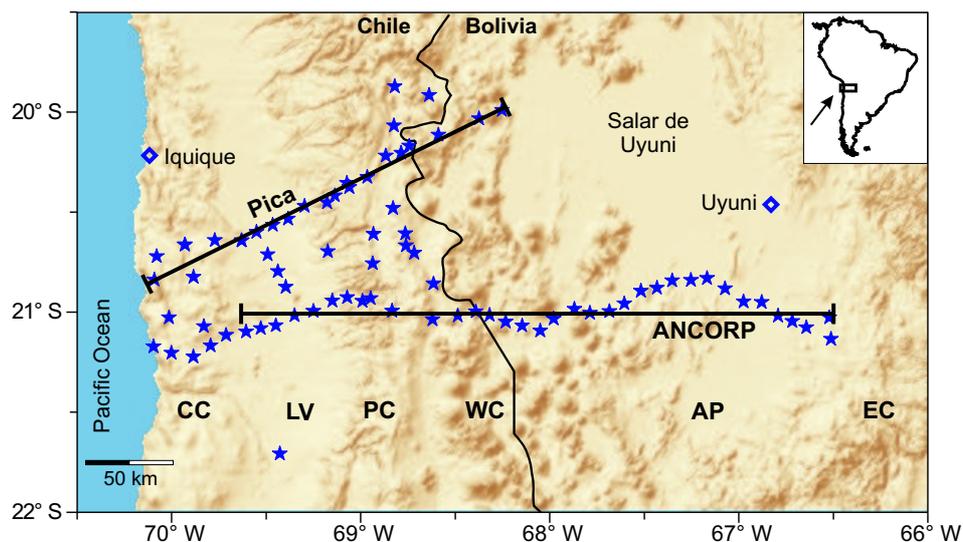


Abbildung 4.1: Topographischer Kartenausschnitt der Zentralen Anden. Sterne kennzeichnen magnetotellurische Messlokationen. Außerdem ist die Lage des ANCORP-Profiles bei 21° S und die des Pica-Profiles bei 20.5° S eingezeichnet.

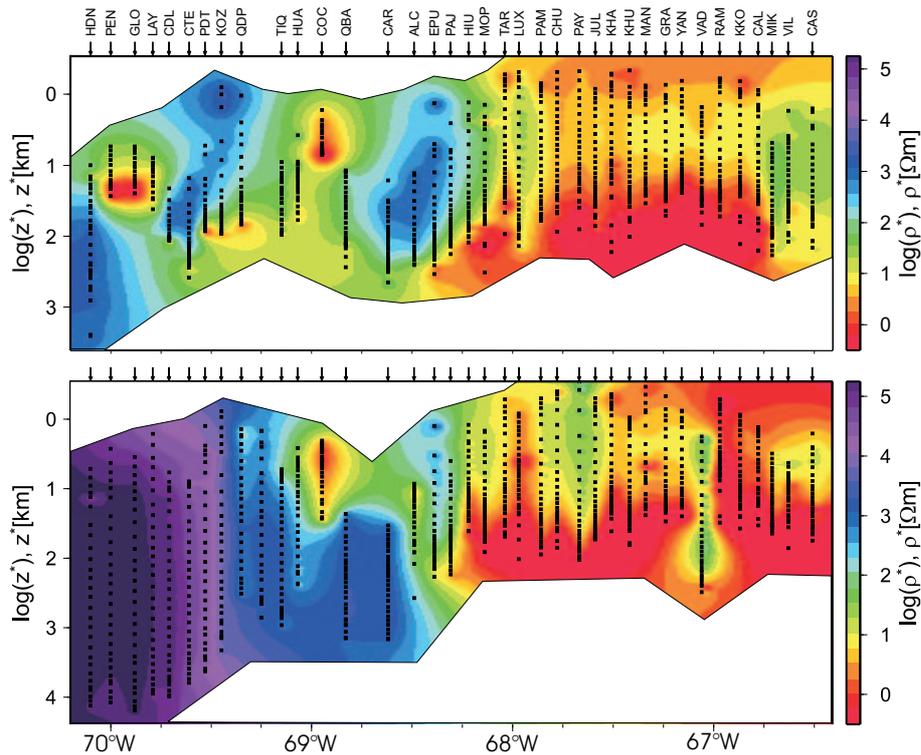


Abbildung 4.2: Widerstands-Tiefen-Verteilung der Daten nach einer $\rho^* - z^*$ -Transformation [Schmucker, 1970]. Oben: E-Polarisation, unten: B-Polarisation. Schwarze Symbole kennzeichnen die gemessenen Daten. Bereiche, die nach der Transformation nicht von den Daten abgedeckt werden, wurden ausgeblendet (W. Soyer, pers. Mitt.).

die der elektrischen Felder mit unpolarisierbaren Ag-AgCl-Sonden. Das Processing wurde mit dem Programmpaket von Egbert and Booker [1986] durchgeführt. Die Anwendung von *remote-reference*-Techniken trug dabei zur Verbesserung der Datenqualität im Periodenbereich von ca. 1-20 s bei. Das natürliche Spektrum weist hier ein Anregungsloch auf, das zu mangelnder Datenqualität führen kann [dazu z.B. Campbell et al., 1992]. Insgesamt betrachtet ist die Qualität der Daten im Periodenbereich von 10-10.000 s sehr gut. Große Fehler treten zum Teil bei längeren Perioden auf, da hier eine größere Unsicherheit bei der statistischen Analyse besteht (siehe Anhang A). Um in dem Bereich eine Verbesserung der Datenqualität zu erzielen, müsste eine längere Standdauer der Messapparaturen eingeplant werden. An sich ist das Messgebiet jedoch frei von technischem Noise - mit Ausnahme des Minengebiets in der Präkordillere -, so dass ideale Messbedingungen herrschen.

In Abbildung 4.1 ist ein topographischer Kartenausschnitt der Zentralen Anden dargestellt. Die Sterne kennzeichnen die Messlokationen von 4 Messkampagnen, die zwischen 1993 und 1999 durchgeführt wurden, wobei sich die Ergebnisse dieser Arbeit auf die Stationen entlang des ANCORP-Profiles auf dem 21. Breitengrad konzentrieren. Dazu wurden 33 Stationen ausgewählt und ein Periodenbereich von 18-17.500 s betrachtet. Das gesamte Profil beginnt im Westen an der Pazifikküste und überquert die Küstenkordillere (CC), das Längstal (LV),

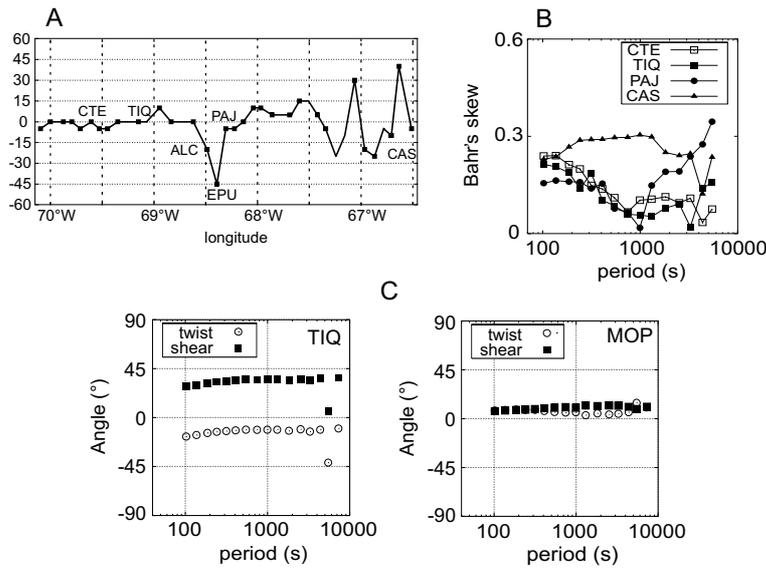


Abbildung 4.3: Ergebnisse der Dimensionalitätsanalyse von Lezaeta [2000]. **A:** Darstellung des über den Periodenbereich 1000-6000 s gemittelten Streichwinkels in Abhängigkeit vom Profil. Mit Ausnahme der östlichen Stationen sowie EPU und ALC in der Westkordillere erhält man Streichwinkel zwischen $\pm 10^\circ$. **B:** Skew nach Bahr [1988] (siehe Kapitel 1) für einige ausgesuchten Stationen. Werte > 0.3 sind ein klarer Hinweis auf Dreidimensionalität. **C:** Die Stationen TIQ und MOP zeigen nach einer Groom and Bailey [1989]-Dekomposition periodenunabhängige Twist- und Shear-Winkel für einen Streichwinkel von 0° .

die Präcordillere (**PC**), die Westkordillere (**WC**), den Altiplano (**AP**) und endet an der Ostkordillere (**EC**). Die Stationen wurden für die Modellierung auf ein OW-verlaufendes Profil projiziert, da die regionale Streichrichtung in NS-Richtung angenommen wurde.

Von W. Soyer (pers. Mitt.) stammt die in Abbildung 4.2 gezeigte Darstellung der Daten nach einer $\rho^* - z^*$ -Transformation.¹ Die obere Abbildung zeigt die E-Polarisation, die untere die B-Polarisation. Die schwarzen Symbole kennzeichnen Datenpunkte. Bereiche, die nicht durch die Daten abgedeckt werden, wurden bei der interpolierten Darstellung ausgeblendet. Wesentliche Aspekte, die anschließend auch durch die Inversion bestätigt werden, sind hier bereits sichtbar: Insgesamt sind die Widerstände im westlichen Profildbereich höher als im östlichen. Unter der **PC** bei etwa 69°W gibt es Hinweise auf einen guten Leiter. Der Altiplano erscheint insgesamt gutleitend, wobei eine Zweiteilung des Leiters erkennbar ist.

Für die 2D-Modellierung wurden die Stationen in der **CC** nicht berücksichtigt. Die Da-

¹Schmucker [1970] gibt für einen eindimensional geschichteten Halbraum eine Formel zur Berechnung eines integrierten Widerstands und einer integrierten Eindringtiefe an:

$$\rho^* = \begin{cases} \rho_a 2 \cos^2 \varphi & \text{wenn } \varphi \geq 45^\circ \\ \rho_a \frac{1}{(2 \sin^2 \varphi)} & \text{wenn } \varphi < 45^\circ \end{cases}, \quad z^* = \sqrt{\frac{T \rho_a}{2\pi\mu_0}} \sin \varphi$$

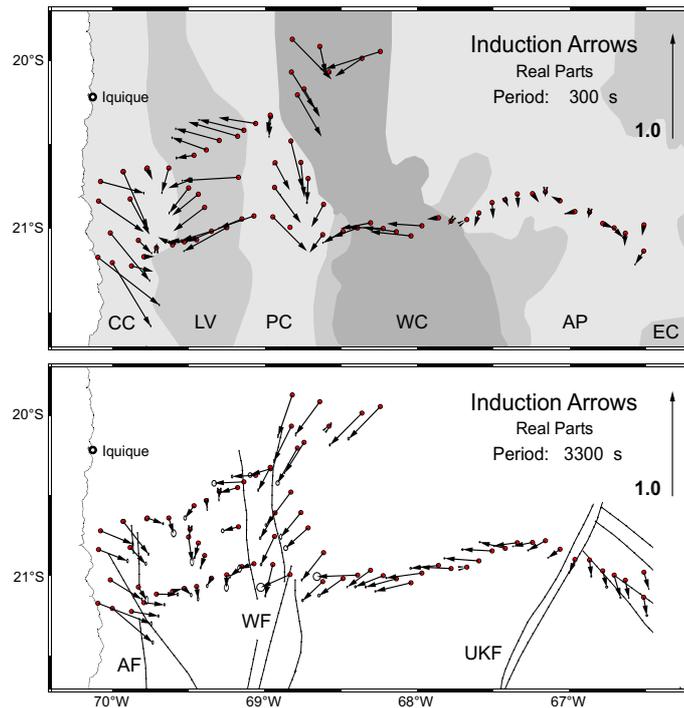


Abbildung 4.4: Induktionspfeile für $T=300$ s (oben) und $T=3300$ s (unten). **AF:** Atacama Fault Zone, **WF:** West Fissure, **UKF:** Uyuni Keniani Fault Zone. Sonstige Abkürzungen siehe Abbildung 3.1.

ten zeigen hier einen Phasenverlauf, der für längere Perioden über 90° geht und durch ein 2D-Modell nicht angepasst werden kann. Lezaeta [2000] schlägt vor, diese Daten durch ein *current channeling* Modell zu erklären. Da die Erde ein dreidimensionaler Körper ist, müssen gewisse Annahmen überprüft werden, die eine zweidimensionale Modellierung rechtfertigen. Die durchgeführten Dimensionalitätsanalysen ergeben, dass die Leitfähigkeitsverteilung im Messgebiet durch dreidimensionale Strukturen beeinflusst wird. Eine Auswahl von Ergebnissen, die mit den in Kapitel 1 vorgestellten Verfahren berechnet wurden, zeigt Abbildung 4.3. Das wichtigste Resultat dieser Analysen ist die Bestimmung des regionalen Streichwinkels, um den die Daten gedreht werden müssen, wenn er von der Orientierung des Messkoordinatensystems abweicht. Die Darstellung des mittleren Streichwinkels für den Periodenbereich von 1000-6000 s auf dem Profil (Bild A) passt in erster Näherung zu der Annahme einer NS-streichenden Regionalstruktur. Die Winkel variieren zwischen $\pm 10^\circ$. Eine Ausnahme bilden die Stationen ALC und EPU in der WC. Auch im östlichen Teil des Profils stimmt der 2D-Ansatz nur näherungsweise. Die Ermittlung des Bahr'schen Skew [Bahr, 1988] in Bild B liefert für die dargestellten Stationen Werte < 0.3 . Diese Marke wird als Grenzwert angesehen, bei dessen Überschreitung mit hoher Wahrscheinlichkeit eine dreidimensionale Leitfähigkeitsverteilung vorliegt [z.B. Eisel, 1995]. Kleinere Werte schließen diese allerdings nicht aus (A. Müller, pers. Mitt.). Ein Qualitätsmerkmal bei der Anwendung der Groom and Bailey [1989]-Dekomposition sind frequenzunabhängige Twist- und Shearwinkel, die sich an

den Stationen TIQ und MOP in Bild **C** bei einem regionalen Streichwinkel von 0° ergeben.

Einen weiteren Hinweis auf dreidimensionale Leitfähigkeitsverhältnisse liefert die Darstellung von Induktionspfeilen in Abbildung 4.4. Die Pfeile weisen nach der Konvention von Wiese [1962] und Schmucker [1970] von gutleitenden Bereichen weg. Die Länge der Pfeile gibt dabei die Stärke des Leitfähigkeitskontrasts an. Die obere Abbildung bezieht sich auf die Periode 300 s, die untere Abbildung auf die Periode 3300 s. Bei einer ideal zweidimensionalen Leitfähigkeitsverteilung würden die Pfeile alle in Profilrichtung zeigen (vergl. Kapitel 1). Für einige Bereiche erscheint diese Annahme gerechtfertigt (z.B. auf dem Altiplano bei 3300 s). Insgesamt gibt es jedoch deutliche Abweichungen. In der **CC** macht sich der Ozeaneffekt ($\sim 0.25 \Omega\text{m}$, Tiefe des *trench* > 7 km) durch große Induktionspfeile bemerkbar. Die Pfeile haben hier jedoch auch eine deutliche Südweisung, woraus sich schließen lässt, dass weitere Strukturen im Norden die Daten beeinflussen oder eventuell anisotrope Strukturen wirksam sind. Im Bereich der **PC** zeigen die Pfeile bei 300 s von einem NS-streichenden guten Leiter weg. Räumlich korreliert dieser Leiter mit der in der unteren Abbildung eingezeichneten West Fissure (**WF**). Dieser Effekt ist bei 3300 s kleiner. Stärker macht sich nun ein im Norden befindlicher Leitfähigkeitskontrast bemerkbar. In der Westkordillere zeigen die Pfeile von einem guten Leiter weg, der im Osten liegt. Für die kleinere Periode deuten sich auf dem Altiplano eindimensionale Verhältnisse an: Die Pfeile sind hier sehr klein und drehen auf dem östlichen Altiplano mit zunehmender Periode nach Süden.

Obwohl die Dimensionalitätsanalysen und die Induktionspfeile deutliche Hinweise auf dreidimensionale Leitfähigkeitsverhältnisse im Messgebiet liefern, erscheint ein zweidimensionaler Interpretationsansatz als erster Schritt zulässig. Die größte Übereinstimmung bei der Bestimmung des regionalen Streichwinkels ergab sich bei 0° , woraufhin dieser Winkel für die 2D-Modellierung der Daten verwendet wurde.

4.2 Ergebnisse der Inversion

4.2.1 Einfluss der Regularisierungsparameter

Die Inversionsergebnisse mit dem Programm von Mackie et al. [1997] hängen maßgeblich von der Wahl des Regularisierungsparameter τ in Gleichung 2.10 ab. Dieser Parameter steuert das Verhältnis zwischen Modellanpassung und Modellrauhigkeit. Letztere wird durch die Differenzierung benachbarter Modellparameter realisiert, wobei nach einer Programmiererweiterung von V. Rath (pers. Mitt.) wahlweise die 1. Ableitung (Gradient) oder die 2. Ableitung (Laplacian) gebildet werden kann. Ziel der Inversion ist es, ein glattes Modell mit einer befriedigenden Modellantwort zu finden [Constable et al., 1987]. Dazu wurden mehrere Inversionsläufe durchgeführt, wobei τ variiert wurde. Es wurden jeweils Daten der E-

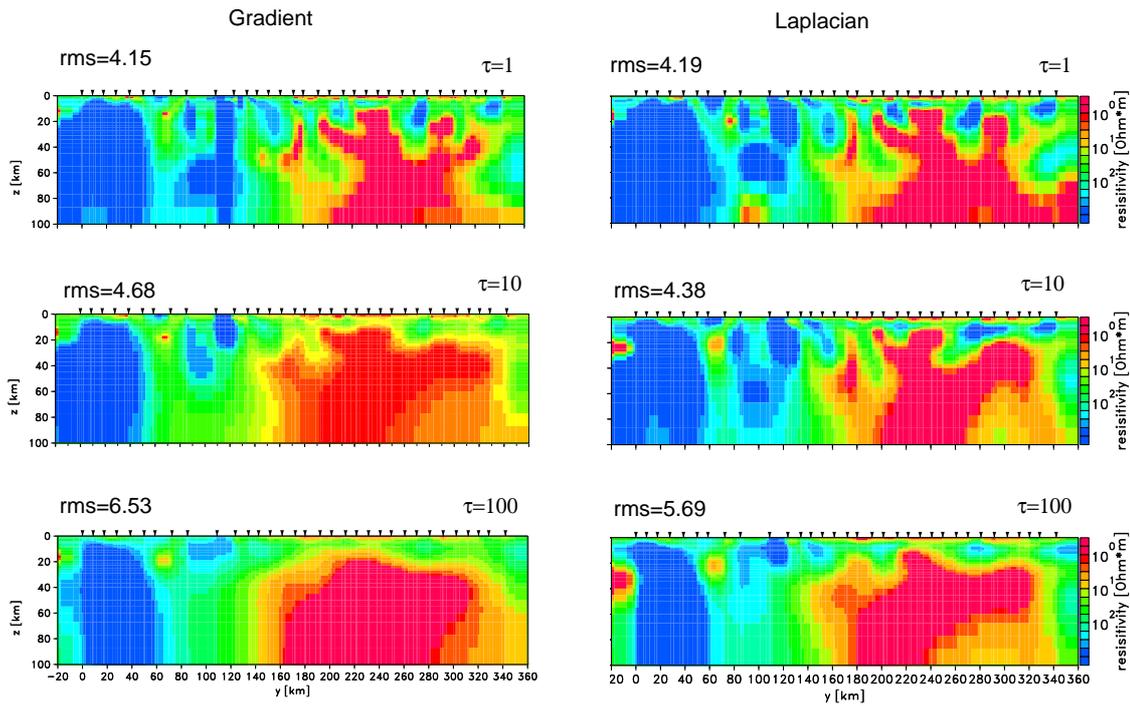


Abbildung 4.5: Systematische Untersuchung des Regularisierungsparameter τ auf das Inversionsergebnis. Links: Gradient. Rechts: Laplacian.

und B-Polarisation im Periodenbereich von 18-17.500 s berücksichtigt, sowie ein minimaler Datenfehler von 20 % in den Widerständen und 1° in den Phasen, wodurch ein stärkeres Gewicht auf die Phasen gelegt wird. In Abbildung 4.5 sind die Resultate für $\tau = 1, 10$ und 100 (links die erste, rechts die zweite Ableitung) dargestellt. Die Inversion wurde jeweils nach 30 Iterationen abgebrochen, nachdem der Prozess bereits konvergiert war. Zunächst wird deutlich, dass die Verwendung des Gradienten einen stärker glättenden Einfluss auf das Ergebnis hat, als die zweite Ableitung. Für $\tau = 1$ erscheinen die Modelle sehr rau. Bei stärkerer Regularisierung ($\tau = 100$) verschwindet sehr viel Information. Der rms-Fehler (Gleichung 2.13), der ein Maß für die Modellanpassung ist, wird nun größer. Ein optimaleres Ergebnis lässt sich erzielen, wenn man $\tau = 10$ setzt. Das spiegelt auch die Darstellung der L-Kurven in Abbildung 4.6 wider. Hier wurde die Modellanpassung Φ_d aus (Gleichung 2.7) über der Modellnorm Φ_m aus Gleichung 2.8² für die 10. Iteration³ doppelt logarithmisch aufgetragen, wodurch sich für verschiedene τ in der Nähe der Lösung eine charakteristische L-Form ergibt [Hansen and O’Leary, 1993]. Gesucht wird nun ein τ , bei dem die Kurve dem Schnittpunkt der Achsen am nächsten kommt, weil dann die *trade off* - Bedingung verifiziert wird (siehe Kapitel 2.3). Anhand dieser systematischen Untersuchung wurde $\tau = 10$ und die Verwen-

²Eigentlich entspricht Gleichung 2.8 einer Seminorm, da im Gegensatz zur Norm aus $f(x) = 0$ nicht nur die triviale Lösung $x = 0$ folgt [Parker, 1994].

³Die Wahl der 10. Iteration ist zunächst willkürlich. Es wurde jedoch eine Iteration ausgewählt, bei welcher der Inversionsprozess noch nicht vollständig konvergiert ist.

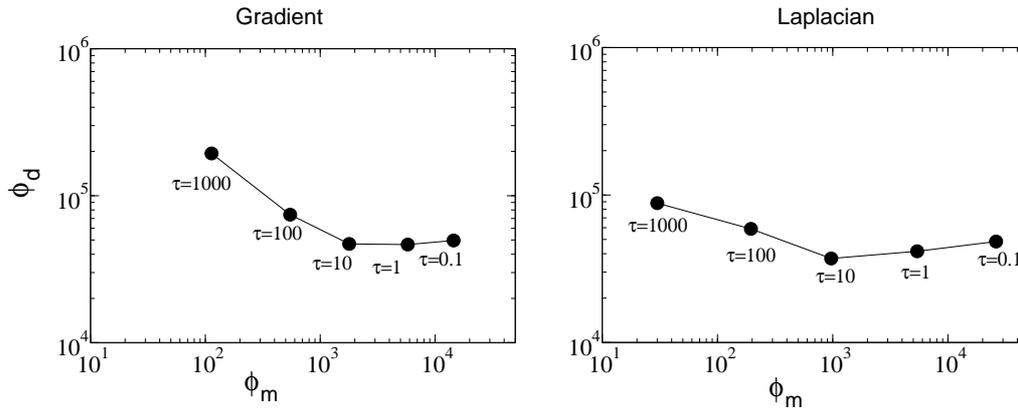


Abbildung 4.6: Zur Bestimmung des Regularisierungsfaktors τ wird der Anpassungsfehler Φ_d über den Glättungsfehler Φ_m doppelt logarithmisch für die 10. Iteration aufgetragen. Es ergibt sich eine L-Kurve [Hansen and O’Leary, 1993]. Links: Gradient. Rechts: Laplacian.

dung der 1. Ableitung als optimale Parameterkombination für die folgenden Modellstudien festgelegt.

Neben dem Regularisierungsparameter τ wird noch ein Art Marquardt-faktor ϵ verwendet (siehe Kapitel 2.3.2). Dieser Parameter hat ebenfalls einen glättenden Einfluss auf das Inversionsergebnis. Vorrangig soll er jedoch den Inversionsprozess stabilisieren [Meju, 1994]. Aufgrund der von Schwalenberg [1997] gemachten Erfahrungen wurde ϵ für die Berechnungen in dieser Arbeit auf 0.001 festgesetzt.

4.2.2 Modellanpassung

Das Modell, welches mit der Parameterkombination [Gradient, $\tau = 10$] berechnet wurde, kann mit der vorangegangenen Argumentation als optimales Inversionsergebnis im Sinne einer glatten Lösung angesehen werden. Dieses Modell wird in Abbildung 4.7 oben nochmal dargestellt und dient im folgenden als Ausgangsmodell für weitere Untersuchungen. Darunter werden in derselben Abbildung die Daten und die Modellantwort beider Polarisationsrichtungen als Pseudosektionen dargestellt.⁴ Eine sehr gute Übereinstimmung zeigt die B-Polarisation. Selbst Detailinformationen werden durch die Modellantwort wiedergegeben. Abweichungen findet man bei der Darstellung der Widerstände der E-Polarisation. Die Modellantwort ergibt dabei ein glatteres Bild als die Daten. Eine bessere Anpassung zeigen hier die Phasen, die unabhängig von *static shift* sind. Während die B-Polarisation eher durch lokale Strukturen beeinflusst wird, wirken sich Strukturen im regionalen Maßstab verstärkt auf die E-Polarisation aus. Letztere ist damit die empfindlichere Komponente, wenn die 2D-

⁴Die Darstellung der Daten und Modellantworten von allen Stationen als ρ_a - und φ -Kurven findet man im Anhang A.

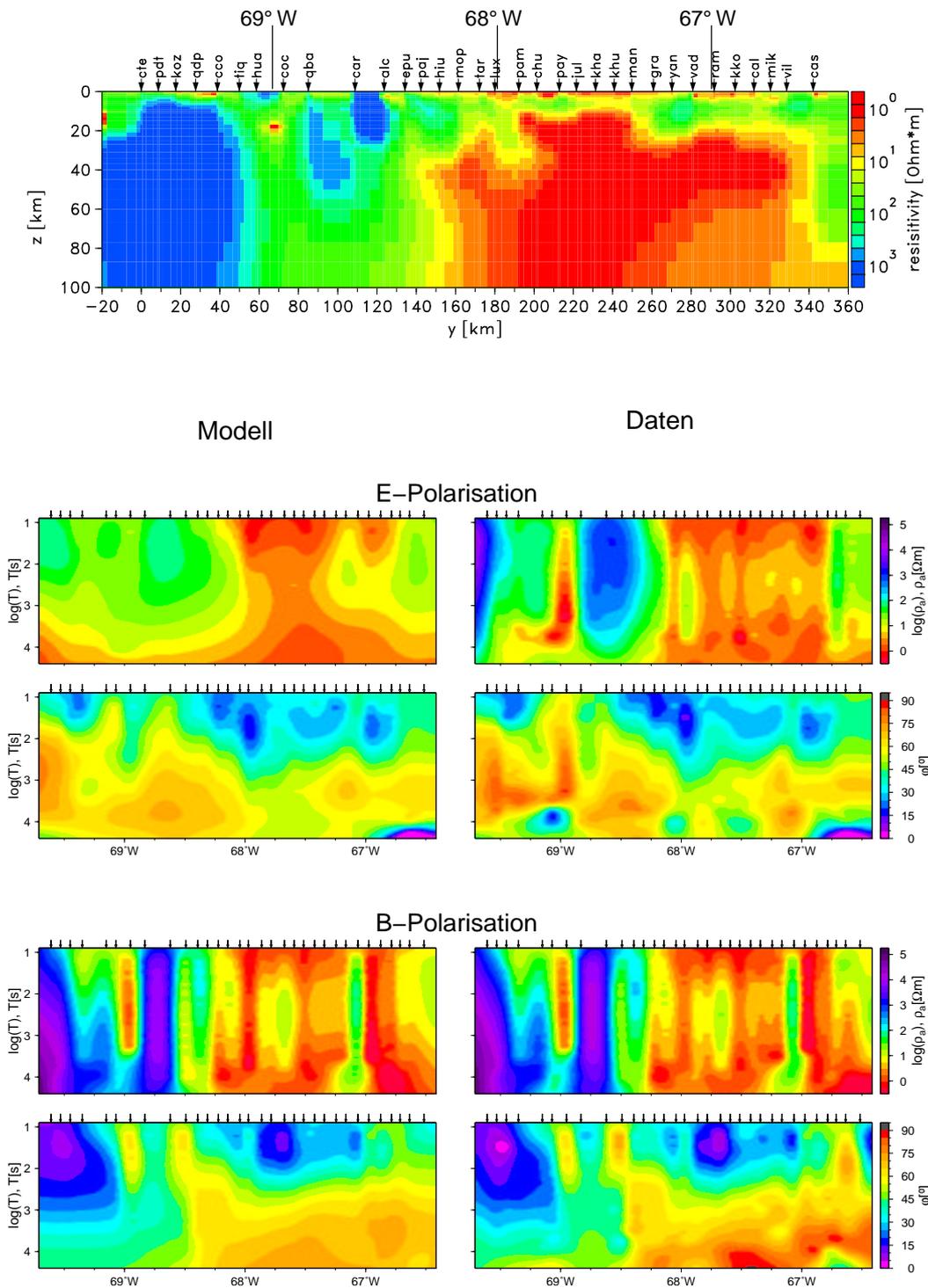


Abbildung 4.7: Oben: Das Modell, welches mit der Parameterkombination [Gradient, $\tau = 10$] berechnet wurde, wird als Ausgangsmodell für weitere Untersuchungen verwendet. Unten: Pseudosektionen der Daten und der Modellantwort. Eine sehr gute Anpassung zeigt die B-Polarisation. Abweichungen sieht man bei den Widerständen der E-Polarisation.

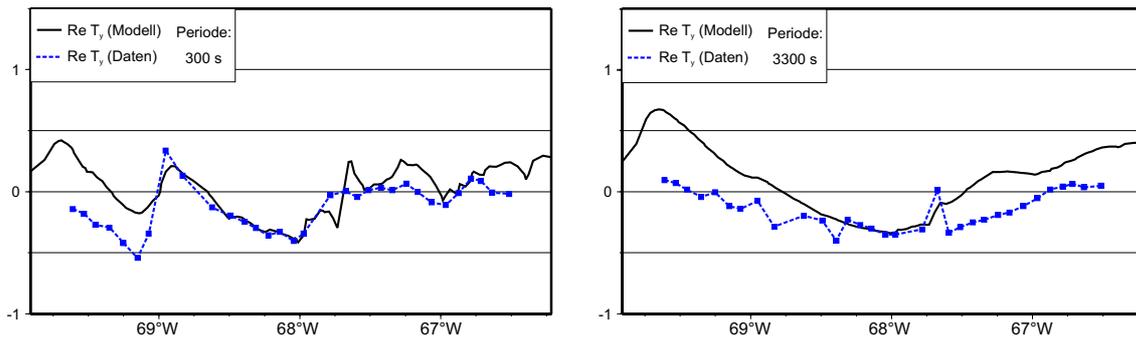


Abbildung 4.8: „Pseudoanpassung“ der magnetischen Übertragungsfunktionen. Die in Profiltrichtung projizierten gemessenen Induktionspfeile (gestrichelte Linie) werden mit den aus dem Ausgangsmodell in Abbildung 4.7 oben berechneten Induktionspfeilen (durchgezogene Linie) gemeinsam dargestellt. Links: $T=300$ s, rechts; $T=3300$ s.

Näherung nicht mehr gilt [Wannamaker et al., 1984, Wannamaker, 1995], wobei die Aufteilung in zwei Anregungsmoden im 3D-Fall ihre Gültigkeit verliert.

Häufig gelingt es nicht, die gemessenen ρ_a - und Phasenkurven und die magnetischen Übertragungsfunktionen - sofern das vertikale Magnetfeld registriert wurde - durch ein gemeinsames Modell zu erklären. Das liegt vermutlich daran, dass die zweidimensionale Annahme in vielen Fällen nur näherungsweise gilt und die tellurischen Felder in der MT viel störanfälliger sind als die magnetischen Felder. Wie in Kapitel 2 erwähnt wurde, existieren Inversionsprogramme [z.B. Constable et al., 1987, Siripunvaraporn and Egbert, 1999], bei denen die Induktionspfeile mit angepasst werden. In dem Programm von Mackie et al. [1997] werden die magnetischen Übertragungsfunktionen nicht berücksichtigt. Um trotzdem einen Vergleich zu bekommen, werden in Abbildung 4.8 die auf die Profiltrichtung projizierten Induktionspfeile (gestrichelte Linie) mit der Modellantwort (durchgezogene Linie) für die Periode 300 s (links) und 3300 s (rechts) verglichen. Die Amplituden sind ein Maß für die Stärke des Leitfähigkeitskontrasts in OW-Richtung, wobei bei positiven Werten die Induktionspfeile nach Osten zeigen bzw. eine Ostkomponente haben, d.h. die leitfähige Struktur liegt im Westen. Entsprechend weisen bei negativen Werten die Pfeile nach Westen und zeigen von einem im Osten liegenden guten Leiter weg. Diese „Pseudoanpassung“ der magnetischen Übertragungsfunktionen gibt den generellen Kurvenverlauf tendenziell wieder (vergl. Abbildung 4.8). Eine wahrscheinliche Erklärung für die Abweichungen wäre die Beeinflussung der gemessenen Induktionspfeile durch dreidimensionale Strukturen.

4.2.3 Topographie und Ozeaneffekt

Es ist untersucht worden, welchen Einfluss die Topographie auf das Modell hat. Dazu wurde ein Startmodell mit vereinfachter Topographie bei der Inversion verwendet. Das Ergebnis

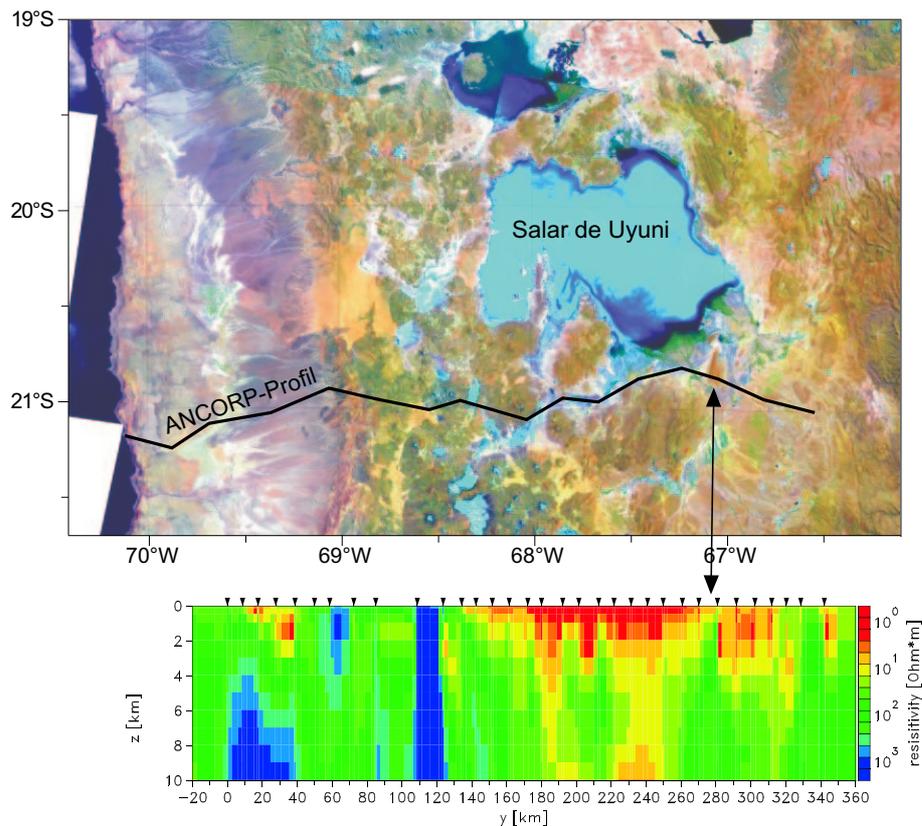


Abbildung 4.9: Der Vergleich zwischen der Satellitenaufnahme und den oberen 10 km des Modells (10fache Überhöhung) zeigt eine gute Korrelation zwischen den gutleitenden Sedimenten in den oberen Kilometern und dem Salar de Uyuni. Sogar ein schlechtleitender Bergrücken wird durch das Modell wiedergegeben.

unterscheidet sich inhaltlich nicht von dem Ausgangsmodell, woraus man schließen kann, dass der Einfluss der Topographie vernachlässigbar ist. Bei den folgenden Modellierungen wurde die Topographie deshalb nicht weiter berücksichtigt.

Der Ozean macht sich u.a. durch eine starke Aufspaltung der ρ_a - und Phasenkurven der küstennahen Stationen bemerkbar (siehe Anhang A). Um diesen Effekt anzupassen, wird von dem Inversionsalgorithmus ein guter Leiter eingebaut, wie in Abbildung 4.7 oben zu beobachten ist. Das Startmodell war in diesem Fall ein homogener Halbraum. In einem weiteren Inversionslauf wurde der Ozean als A-priori-Information verwendet. In dem resultierenden Modell befindet sich der vorgegebene Ozean an der korrekten Stelle, die modellierete Leitfähigkeitsstruktur entspricht dem Ausgangsmodell und wird ebenfalls nicht gesondert dargestellt.

4.2.4 Modellbeschreibung

Insgesamt liegen die Widerstandswerte im Forearc 1-2 Größenordnungen höher als im Backarc, was anhand der Darstellung der Daten in Abbildung 4.2 und im Anhang **A** bereits deutlich wurde. Im Bereich der abtauchenden Nazcaplatte gibt es kein Indiz für eine erhöhte Leitfähigkeit. Die Widerstandswerte betragen hier mehr als $1000 \Omega\text{m}$. Unter der Präkordillere erscheint ein etwa 10-15 km breiter, guter Leiter in einer Tiefe von ca. 15 km. Dieser Leiter wurde bereits von Echternacht et al. [1997] modelliert (vergl. Abbildung 7.2). Seine Ergebnisse beziehen sich auf das etwa 60 km weiter nördlich gelegene Pica-Profil (siehe Abbildung 4.1). Die vulkanische Front korreliert nicht mit einem guten Leiter, wie es Schwarz and Krüger [1997] für ein Profil bei 22° S gezeigt haben. Im Gegenteil, die Widerstandswerte sind in dem Bereich sehr hoch. Echternacht et al. [1997] sehen hier ebenfalls keinen guten Leiter. Der Bereich zwischen 19.5° S und 21° S korreliert mit dem so genannten Pica-Gap, ein Gebiet ohne rezente Vulkanismus [Wörner et al., 1994]. Die hohen Leitfähigkeiten der oberen Kilometer unter dem Altiplano werden durch kleinere Salare und jüngere Sedimente südlich des Salar de Uyuni verursacht, durch die das ANCORP-Profil verläuft. Einen Vergleich der oberen 10 km mit dem Satellitenbild zeigt Abbildung 4.9. Der Pfeil weist auf einen ordovizischen Bergrücken hin, der mit einem schlechter leitenden, bis an die Erdoberfläche verfolgbaren Bereich im Modell gut korreliert. Darunter befindet sich eine etwa 10 km mächtige Schicht höherer Widerstandswerte, die vermutlich durch die zunehmende Kompaktion von Sedimenten verursacht wird. Das stärkste Ergebnis der Inversion ist ein extrem guter Leiter unter dem Altiplano mit einer lateralen Ausdehnung von ca. 100 km. Die Widerstände liegen hier in der Größenordnung von $1 \Omega\text{m}$ und weniger. Die Oberkante des Leiters variiert in einer Tiefe zwischen 10 und 30 km. Die Struktur hat eine integrierte Leitfähigkeit von mindestens 30.000 S ,⁵ was einem Ozean ($\sim 0.25 \Omega\text{m}$) mit einer mittleren Wassertiefe von 7.5 km entsprechen würde! Ein Zusammenhang dieser gewaltigen Anomalie mit dem Salar de Uyuni, dem größten Salar der Erde, kann ausgeschlossen werden. Die Induktionspfeile in Abbildung 4.4 zeigen für 300 s eindimensionale Verhältnisse im Bereich des Altiplanoleiters an und die entsprechenden ρ_a -Kurven (Anhang **A**) beschreiben einen typischen 3-Schichtfall: guter-schlechter-guter Leiter. Der Altiplanoleiter ist dabei in einem anderen Periodenbereich wirksam als der Salar de Uyuni.

Die zweidimensionale Inversion der Daten auf dem ANCORP-Profil ergab die oben beschriebene Leitfähigkeitsverteilung, die im Sinne einer Tikhonov-Regularisierung eine glatte Lösung darstellt und mit der im Rahmen der Messgenauigkeit eine sehr gute Anpassung an die gemessenen Daten erreicht wurde. Das Ergebnis wirft nun eine Reihe von Fragen auf, zu deren Beantwortung die folgenden Kapitel beitragen sollen. Die Schwerpunkte liegen dabei auf der Entwicklung von methodischen Ansätzen, mit deren Hilfe Aussagen über die Auflösung der

⁵Die integrierte Leitfähigkeit lässt sich aus dem eindimensionalen und gemittelten Leitfähigkeitsdickeprodukt abschätzen: $1 \text{ S/m} \cdot 30 \text{ km} = 30.000 \text{ S}$

Leitfähigkeitsstruktur gemacht und A-priori-Informationen überprüft werden können. Dabei soll auf die folgenden Punkte eingegangen werden:

- Wie gut aufgelöst ist die modellierte Leitfähigkeitsstruktur?
- Kann eine Unterkante des Altiplanoleiters aufgelöst werden?
- Welche A-priori-Informationen sind sinnvoll?
- Gibt es eine Korrelation mit den Ergebnissen der Reflexionsseismik auf dem ANCORP-Profil?
- Welche Ursachen haben die anomalen Strukturen unter der Präkordillere und unter dem Altiplano?

Kapitel 5

Sensitivitätsstudien

Da die Lösung des Inversionsproblems in der Magnetotellurik auf kein eindeutiges Ergebnis führt, ist es notwendig, weitere Größen zu betrachten, aus denen Zusatzinformationen über das Modell abgeleitet werden können. In diesem Kapitel soll diskutiert werden, inwiefern Sensitivitätsstudien geeignet sind, etwas über die Auflösung der modellierten Leitfähigkeitsstruktur auszusagen. In Abschnitt 5.1 werden zunächst lineare Sensitivitätsanalysen vorgestellt, worunter die Darstellung der Sensitivitätsmatrix selbst verstanden wird. Im darauf folgenden Abschnitt 5.2 werden nichtlineare Methoden besprochen. Eine von Nolasco et al. [1998] vorgestellte Sensitivitätsanalyse wird dabei auf den östlichen Teil des Ausgangsmodells angewendet und weiterentwickelt. Die Berücksichtigung von A-priori-Informationen kann ebenfalls als nichtlineares Verfahren angesehen werden. Entweder können diese Informationen durch Vorwärtsrechnungen, also durch eine gezielte Modellsuche überprüft werden oder sie werden in den Inversionsprozess eingebaut (Abschnitt 5.3). In Abschnitt 5.4 wird die Anzahl der verwendeten Perioden bei der Modellierung sowie die Rolle des Stationsabstands untersucht.

5.1 Lineare Sensitivitätsstudien

In Kapitel 2.3.1 wird die Sensitivitätsmatrix als Begleitprodukt bei der Linearisierung des Vorwärtsproblems eingeführt. Die partiellen Ableitungen der Daten nach den Modellparametern sind dabei gemäß der Taylorreihenentwicklung nur in einer infinitesimalen Umgebung des betrachteten Modells definiert, weswegen die in diesem Abschnitt folgenden Studien als linear bezeichnet werden. Die Sensitivitäten sagen aus, wie stark sich kleine Variationen der Modellparameter in den Daten auswirken und sollten somit geeignete Größen sein, mit deren Hilfe gut aufgelöste Bereiche von schlecht aufgelösten unterschieden werden können. Ein Problem stellt dabei die Visualisierung der Matrix dar. Für das Ausgangsmodell hat $\hat{\mathbf{S}}$ die Dimension

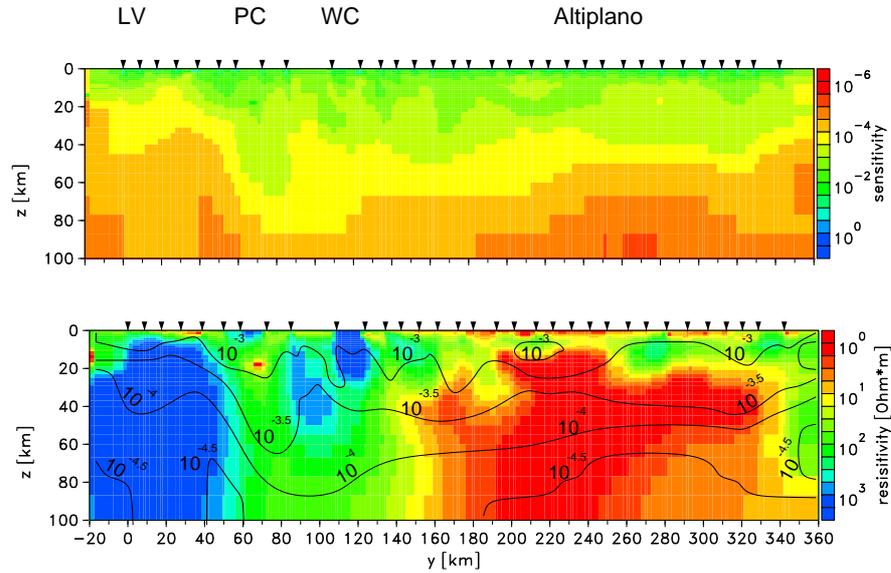


Abbildung 5.1: Oben: Sensitivitäten für das Ausgangsmodell. Zur Darstellung wurden die Elemente der Sensitivitätsmatrix spaltenweise aufsummiert und den betreffenden Gitterelementen zugeordnet. Weitere Normierungen siehe Text. Aus dieser Abbildung wurden Isolinien entnommen und im Modell dargestellt (unten).

$N \times M$ ($N=4 \times 13$ Perioden \times 33 Stationen=1716, $M=151 \times 44=6644$). Die Darstellung der kompletten Matrix, wie sie in Kapitel 6 für eindimensionale Modelle gezeigt wird, ist im 2D-Fall ungeeignet. Für Systeme in der hier betrachteten Größenordnung müssen andere Visualisierungsformen gefunden werden. Erschwerend kommt dazu, dass die Sensitivitäten positive und negative Werte annehmen können und über mehrere Größenordnungen variieren. Abbildung 5.1 oben zeigt Sensitivitäten für das Ausgangsmodell (Abbildung 4.7 oben). Zur Darstellung werden die Elemente der Sensitivitätsmatrix spaltenweise aufsummiert und den entsprechenden Gitterelementen zugeordnet. Da in den Spaltenvektoren die Ableitungen von $\log \rho_a$ und φ enthalten sind, wird die Matrix $\hat{\mathbf{S}}$ mit dem Datenfehler standardisiert (siehe Kapitel 2.3.2). Dadurch werden die Sensitivitäten einheitslos und von vergleichbarer Größenordnung. Durch das gradierte Gitter kommt großen Gitterelementen eine vergleichsweise große Bedeutung zu. Teilt man die aufsummierten Spaltenvektoren durch die Fläche der Gitterelemente, vermeidet man diese Verzerrung. Da eher von Interesse ist, ob eine Struktur sensitiv ist oder nicht, werden die Beträge der Sensitivitäten aufsummiert, so dass eine logarithmische Darstellung möglich ist.¹ Außerdem werden die Sensitivitäten noch auf $[0,1]$ normiert, wodurch die Beträge eine relative Größe in bezug auf die maximal vorkommende Sensitivität darstellen.

¹Das Vorzeichen gibt an, ob bei der folgenden Iteration eine Widerstandserhöhung oder Erniedrigung erfolgt.

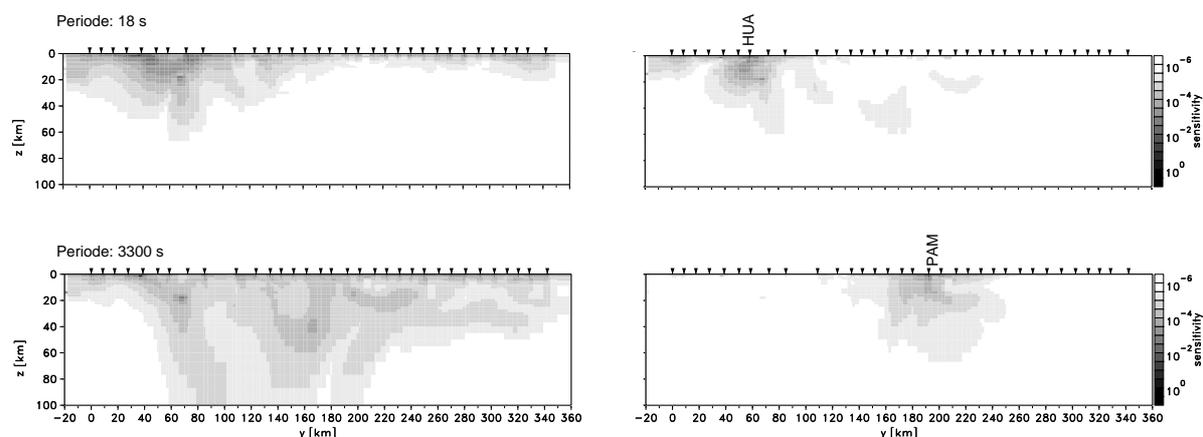


Abbildung 5.2: Darstellung partieller Sensitivitäten. Links für verschiedene Perioden, rechts für die Stationen HUA und PAM.

Um einen Vergleich zwischen dem Modell und den Sensitivitäten zu erhalten, werden Isolinien aus Abbildung 5.1 in das Ausgangsmodell übertragen (untere Abbildung). Die Darstellung zeigt, dass die Sensitivitäten generell mit der Tiefe abnehmen. Am sensitivsten sind die Bereiche unterhalb der Stationslokationen. Variationen der Modellparameter verursachen hier *static shift* und damit einen starken Effekt in den Daten. Obwohl die Widerstandswerte unter dem Längstal hoch sind und man dadurch größere Eindringtiefen erreicht (vergl. Abbildung 4.2), nimmt die Sensitivität hier relativ rasch ab. Das bedeutet, dieser Bereich ist vergleichsweise schlecht aufgelöst. Die Ursache hierfür wird durch die getrennte Darstellung der Sensitivitäten für die TE- und TM-Mode in Abbildung 5.3 klar (s.u.). Unter der Präkordillere sind tiefere Modellbereiche sensitiv. Im östlichen Teil des Profils nehmen die Sensitivitäten in einer Tiefe von ca. 50 km auf den 10.000-ten Teil ihres maximalen Werts ab. Von Oldenburg and Li [1999] stammt die Idee, aus Alternativmodellen, die sie aus DC-Widerstands- und IP-Messungen berechnet haben und die eine vergleichbare Anpassung an die Daten ergeben, einen *Depth of Investigation* (DOI) - Index abzuleiten. Dieser Index soll dazu benutzt werden, Strukturen, die außerhalb des Grenzwerts liegen, visuell von der Interpretation auszuschließen. In Anlehnung daran wird für eine abschließende Darstellung der Leitfähigkeitsverteilung in Abbildung 7.1 anstelle eines DOI-Index die 10^{-4} - Isolinie der Sensitivitäten als Schwellenwert verwendet, um tiefer liegende Modellbereiche auszublenden. Allerdings muss dazu gesagt werden, dass die Sensitivitätsmatrix nur in einer linearen Umgebung des jeweiligen Modells definiert ist und keine Aussagen über nichtlineare Alternativmodelle abgeleitet werden können, die sich deutlich von dem jeweiligen Modell unterscheiden.

Es besteht die Möglichkeit, auch Teilinformationen aus der Sensitivitätsmatrix zu extrahieren. Abbildung 5.2 zeigt links Sensitivitäten für jeweils eine Periode (oben 18 s, unten 3300 s).

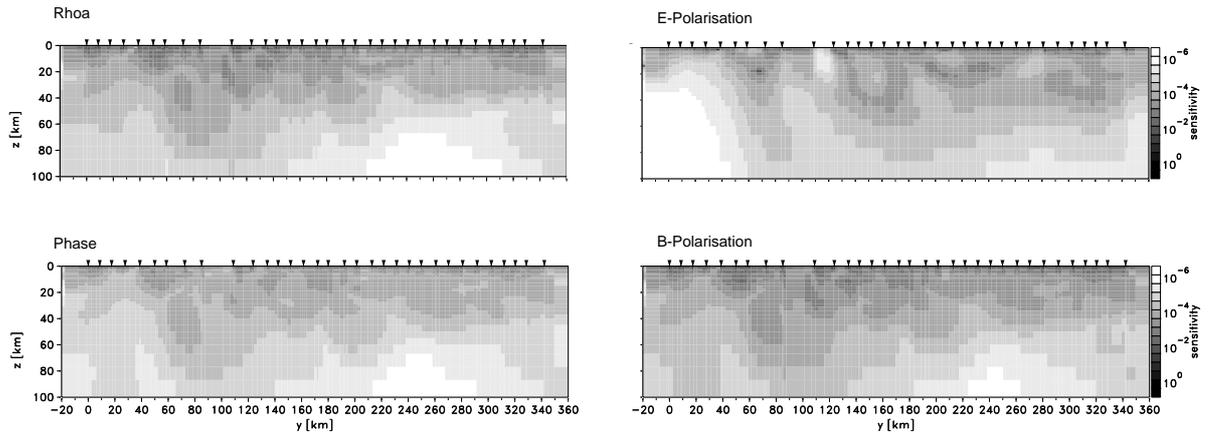


Abbildung 5.3: Partielle Sensitivitäten für Rhoa und Phase (links) und für E- und B-Polarisation (rechts).

Deutlich wird, wie von der kürzeren Periode entsprechend der Eindringtiefe oberflächennähere Strukturen erfasst werden. Für den Datenteilraum, der sich auf die längere Periode bezieht, spielen auch tiefere Modellbereiche eine Rolle, wobei anhand dieser Abbildung nochmal deutlich wird, dass die tieferen Bereiche unter dem Längstal und dem Altiplano weniger sensitiv sind. Rechts in Abbildung 5.2 sind Sensitivitäten für jeweils eine Station aus der Präkordillere (HUA) und vom Altiplano (PAM) dargestellt. Die Induktionsräume unterscheiden sich von Station zu Station, ein hoher Überlappungsbereich wird jedoch deutlich. Die getrennte Darstellung der Sensitivitäten für Rhoa und Phase in Abbildung 5.3 links zeigt, dass durch die Normierung mit dem Datenfehler die beiden Größen vergleichbar sensitiv werden. Stellt man die Sensitivitäten der E- und der B-Polarisation separat dar (rechts in Abbildung 5.3), so macht sich in der TE-Mode unter dem Längstal der tiefe Ozean bemerkbar: Die Anregung der elektrischen Felder in NS-Richtung ist hier extrem schwach, da die Ströme bevorzugt in dem nahen, gutleitenden Ozean fließen. Außerdem ist bei der TE-Mode wie auch bei der Darstellung der partiellen Sensitivitäten für die beiden Perioden erkennbar, dass der gute Leiter unter der Präkordillere sehr sensitiv ist.

Welche Eindringtiefen prinzipiell, unter der Annahme einer eindimensional geschichteten Erde (Voraussetzung für die $\rho^* - z^*$ -Näherung [vergl. Schmucker, 1970]) durch das verwendete Datenmaterial erreicht werden, zeigte bereits Abbildung 4.2. Welchen Vorteil hat demgegenüber die Darstellung der Sensitivitätsmatrix? Hier wird auch das Modell berücksichtigt. Desweiteren ist sie eine integrative Größe, bei der die Abhängigkeit der Parameter untereinander sowie *static shift* - Effekte berücksichtigt werden. In dem Zusammenhang spiegelt sie den Induktionsraum wider. Deutlicher wird das, wenn man die Sensitivitäten für einen homogenen Halbraum an einer Station betrachtet, wie es in Abbildung 5.4 gezeigt wird. Die Ableitungen werden nun für Rhoa und Phase, E- und B-Polarisation für drei Perioden (0.1, 1

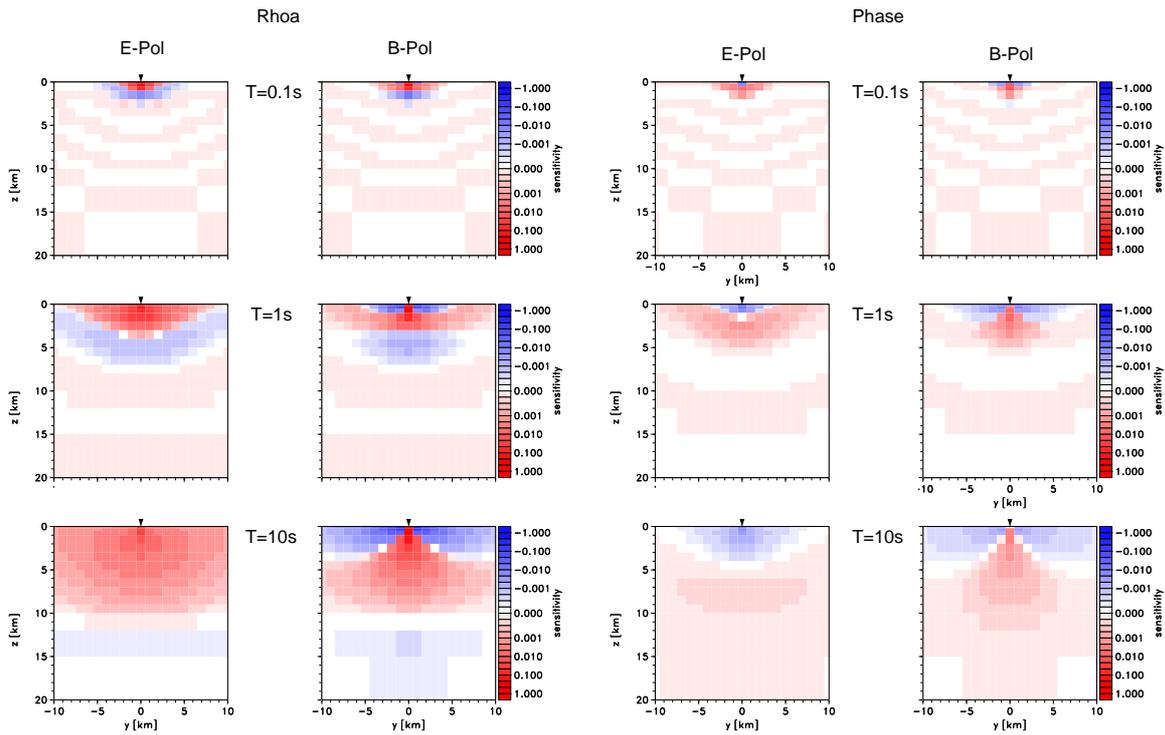


Abbildung 5.4: Sensitivitäten in einem homogenen Halbraum mit einer Station. Das Verhalten von Rhoa und Phase beider Polarisationsrichtungen spiegelt für verschiedene Perioden den Induktionsraum wider.

und 10 s) getrennt dargestellt. Außerdem wird das Vorzeichen berücksichtigt, was die Wahl einer pseudo-logarithmischen Skala erfordert, um die Sensitivitäten entsprechend ihrer Varianz zu erfassen. Der Induktionsraum hat in den Beispielen die Form von Kugelschalen,² die sich mit zunehmender Eindringtiefe/Periode ausbreiten. Vorzeichenwechsel können mit den charakteristischen Überschwingern an Leitfähigkeitsdiskontinuitäten verglichen werden, die insbesondere bei der B-Polarisation auftauchen [siehe z.B. d’Erceville and Kunetz, 1962].

Wie bereits erwähnt wurde, lassen sich aus der Sensitivitätsmatrix definitionsgemäß nur Aussagen über eine kleine Umgebung des betrachteten Modells ableiten. Das bedeutet, der Lösungsraum wird bei der Inversion nur in einer linearen Umgebung abgetastet. Das ist jedoch die einzige Möglichkeit, bei einem Problem von der hier betrachteten Größenordnung zu sinnvollen Lösungen zu kommen. Denkt man an genetische Algorithmen oder Monte-Carlo-Verfahren [z.B. Raiche, 1994], die den gesamten Lösungsraum nach einem kontrollierten oder nicht kontrollierten Zufallsprinzip absuchen, so sind diese zum derzeitigen Stand der Technik ungeeignet. Eine Möglichkeit, den linearen Raum zu verlassen, besteht darin, das Modell zu verändern und die Antwort mit den Daten zu vergleichen, was im folgenden Abschnitt beschrieben wird.

²...wenn man die Dreidimensionalität des Induktionsraums mit in Betracht zieht.

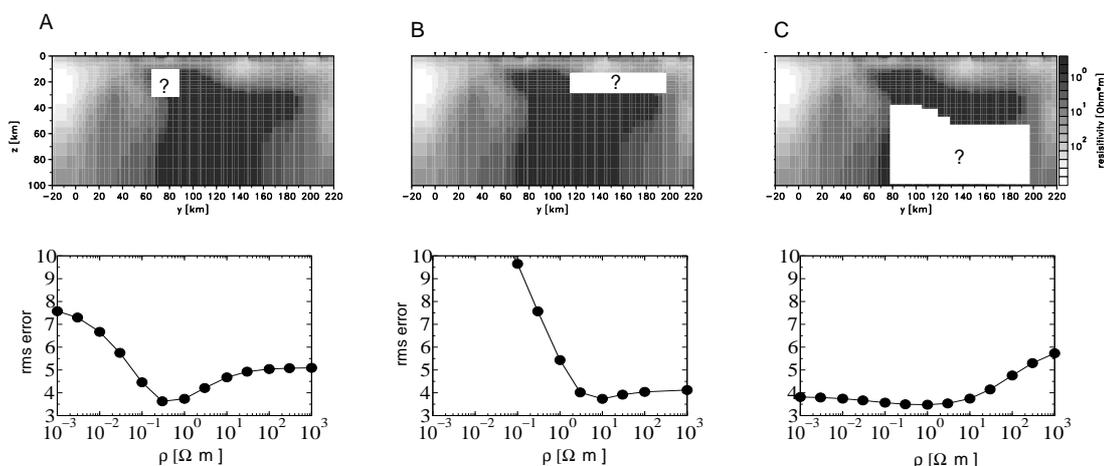


Abbildung 5.5: Sensitivitätsanalyse nach der Vorgehensweise von Nolasco et al. [1998]. In den weiß markierten Bereichen wurde der Widerstandswert über mehrere Größenordnungen systematisch variiert und als Abhängigkeit vom rms-Fehler aufgetragen.

5.2 Nichtlineare Sensitivitätsstudien

Eine nichtlineare Sensitivitätsanalyse wird von Nolasco et al. [1998] durchgeführt, die langperiodische MT-Messungen auf dem Tahiti Archipel durch ein 2D-Modell erklären. Dazu wählen sie eine eindimensionale Leitfähigkeitsverteilung als Hintergrundmodell und unterteilen den Kernbereich in 15 Blöcke. In jeweils einem Block variieren sie den Widerstandswert systematisch, während er in allen anderen Blöcken konstant gelassen wird. Für jede Kombination wird das Vorwärtsproblem dann gelöst. Bei der Darstellung des rms-Fehlers in Abhängigkeit vom eingesetzten Widerstand ergeben sich Kurven, die ein Minimum bei dem optimalen Widerstandswert aufweisen. Dieser Wert wird anschließend im Modell verwendet. Für den östlichen Teil des ANCORP-Profiles wurden vergleichbare Studien durchgeführt. In ausgewählten Modellbereichen wurden die Widerstandswerte systematisch variiert und die dadurch neu entstandenen Vorwärtsprobleme gelöst. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.5 dargestellt. Das Modell unterscheidet sich etwas von dem entsprechenden östlichen Teil des Ausgangsmodells in Abbildung 4.7 oben, da ein reduzierter Datensatz invertiert wurde. Doch sind die wichtigsten Merkmale auch in diesem Modell enthalten. Bild **A** zeigt, dass sich für die linke obere Ecke des Altiplanoleiters (**ACA** von *Altiplano Conductivity Anomaly*) ein minimaler rms-Fehler ergibt, wenn $\rho = 0.3 \Omega \text{ m}$ gesetzt wird. Die in Bild **B** gekennzeichnete Oberkante des **ACA** darf einen Widerstandswert von $10 \Omega \text{ m}$ nicht unterschreiten. Setzt man höhere Widerstandswerte ein, ändert sich der rms-Fehler kaum, d.h. ein schlechterer Leiter kann nicht aufgelöst werden. Die Variation der Widerstände in dem weiß markierten Bereich unter dem Altiplano (Bild **C**) ergibt, dass die Werte nicht mehr als $3 \Omega \text{ m}$ betragen dürfen, da der rms-Fehler sonst größer wird. Die Annahme höherer Leitfähigkeiten kann durch diese

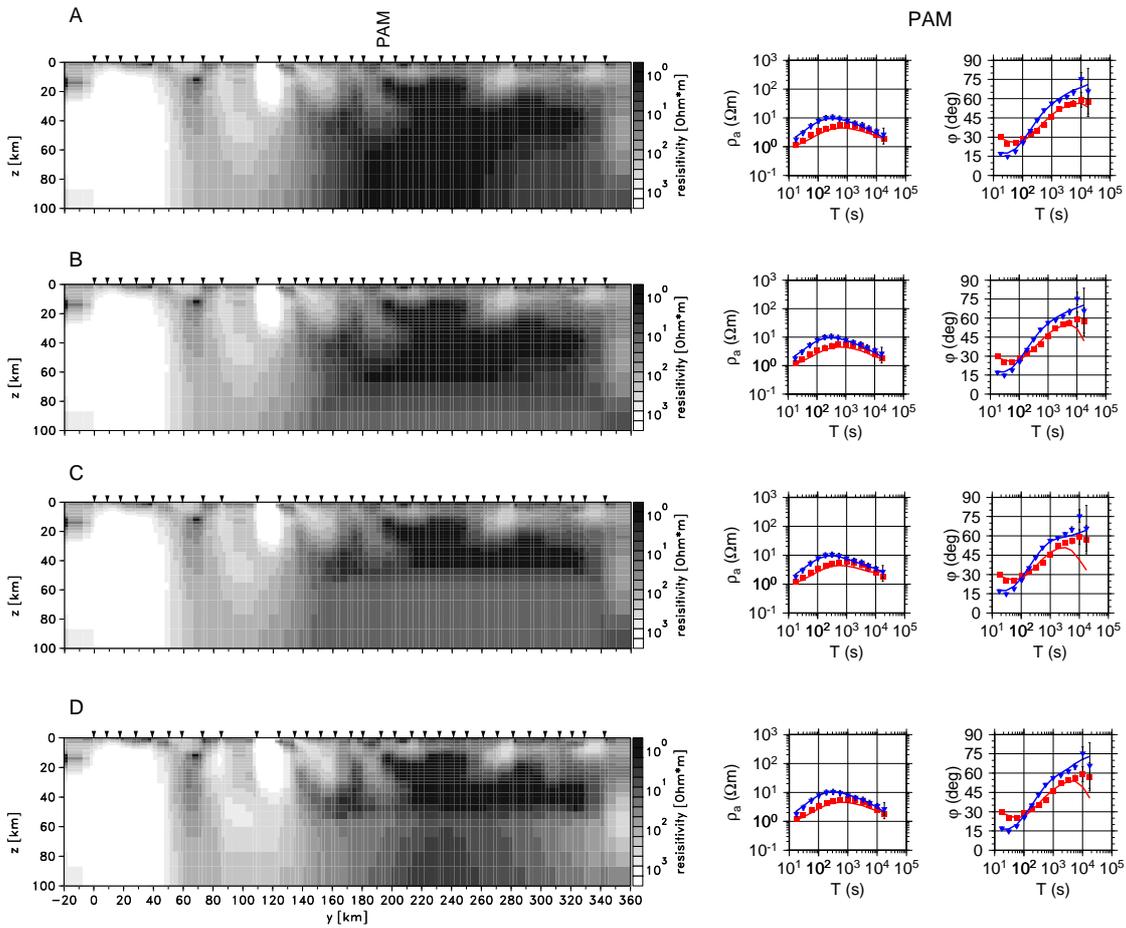


Abbildung 5.6: Untersuchung der Mächtigkeit des Altiplanoleiters. Die Unterkante wird schrittweise in verschiedenen Tiefen festgesetzt (**B**: 70 km und **C**: 40 km) und das Vorwärtsproblem gelöst. Deutlich wird eine schlechtere Anpassung gegenüber dem Ausgangsmodell (**A**) in den Phasen der E-Polarisation an der Stationen PAM. **D**: Modell **C** wurde als A-priori-Modell bei der Inversion verwendet. Der Algorithmus versucht den Bereich unterhalb des guten Leiters wieder besser leitend zu machen.

Studie nicht aufgelöst werden.

Ein Kritikpunkt bei dieser Art von Sensitivitätsanalyse ist, dass die Abhängigkeit der Parameter untereinander nicht berücksichtigt wird. Da im wesentlichen nur die integrierte Leitfähigkeit bei der Auflösung eine Rolle spielt, kann beispielsweise ein dünner guter Leiter durch einen dickeren schlechteren Leiter ersetzt werden.

Eine weitere Untersuchung bezüglich der Mächtigkeit des Altiplanoleiters wird in Abbildung 5.6 gezeigt. Das schrittweise Heraufsetzen der Unterkante des Ausgangsmodells **A** von 70 km (**B**) auf 40 km (**C**) wird mit der Modellanpassung verglichen. Die Station PAM zeigt dabei einen deutlichen Effekt in der Phase der E-Polarisation. Während die Antwort von Modell

B noch im Rahmen einer guten Anpassung an die Daten liegt, wird der Effekt in den Phasen für Modell **C** stärker. Die übrigen Stationen auf dem Altiplano zeigen einen ähnlichen oder geringeren Effekt.

Als eine Art Gegenteil kann das in **D** gezeigte Modell aufgefasst werden. Hierbei wurde Modell **C** als A-priori-Information bei der Inversion verwendet. Wie in Kapitel 2.3.2 beschrieben wurde, wird der Algorithmus nun gezwungen, den unteren Leitfähigkeitskontrast beizubehalten. Das Inversionsergebnis zeigt, dass das Programm den Bereich unterhalb des Kontrastes wieder besser leitend macht.

In einem weiteren Test wurden jeweils die Modelldaten des Ausgangsmodells (**A**) und von Modell **B** in Abbildung 5.6 als Daten-Input bei der Inversion verwendet. Als Ergebnis erhält man in beiden Fällen ein Modell, das dem Ausgangsmodell entspricht, wenn man denselben Datenfehler berücksichtigt.³ Wird bei dem Datensatz von Modell **B** ein konstanter Fehler angenommen, so kann die Unterkante des Altiplanoleiters aufgelöst werden. Daraus könnte man folgern, dass die doch recht großen Fehler bei den längeren Perioden an einigen Stationen dafür verantwortlich sind, dass die Unterkante von den gemessenen Daten nicht erfasst wird.

Die Fortsetzung des Altiplanoleiters bis in große Tiefen > 100 km, wie sie das Ausgangsmodell suggeriert, ist charakteristisch für die im Programm von Mackie et al. [1997] verwendete Tikhonov-Regularisierung (siehe Kapitel 2.3.2) und kann als Schatteneffekt angesehen werden. Aus den gezeigten Sensitivitätsstudien kann zwar gefolgert werden, dass die vertikale Erstreckung der Anomalie bis in untere Krustenstockwerke in eine Tiefe von mindestens 60 km reicht, dennoch muss die Unterkante als schlecht aufgelöst angesehen werden. Zumindest kann ausgeschlossen werden, dass die Widerstandswerte im Tiefenbereich > 70 km größer werden als $\sim 10 \Omega\text{m}$.

5.3 Vergleich mit der Reflexionsseismik

Abbildung 5.7 zeigt das Ausgangsmodell, in das die Ergebnisse der Reflexionsseismik auf dem ANCORP-Profil als *line drawing* (M.Stiller, pers. Mitt.) und die Lage der von Yuan et al. [2000] abgeleiteten *Andean Low Velocity Zone* (**ALVZ**, vergl. Kapitel 3.2) übertragen wurden.⁴ Die wichtigsten reflexionsseismischen Ereignisse sind zwei starke Reflektoren im Forearc (Nazca-Reflektor und **QBBS** von Quebrada Blanca Bright Spot) und zwei reflektive Zentren unter dem Altiplano (siehe Kapitel 3.2).

³Bei der Inversion wurde jeweils ein minimaler Datenfehler von 20% in den Widerständen und 1° in den Phasen angesetzt. Dadurch werden die Phasen vergleichsweise stärker gewichtet. Ist der gemessene Datenfehler größer als das angegebene Niveau, wird der „wahre“ Fehler berücksichtigt.

⁴Auf die Korrelation mit den *Receiver Functions* wird in Kapitel 7 nochmal eingegangen.

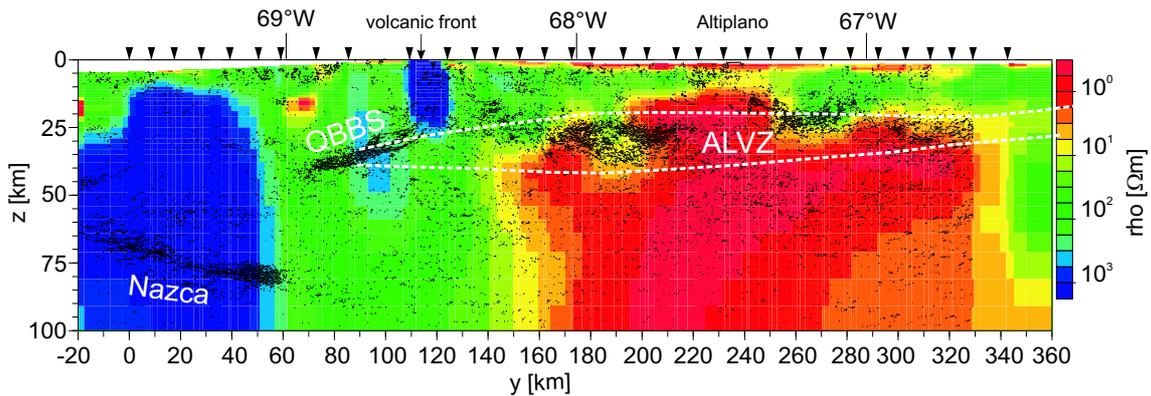


Abbildung 5.7: Die Ergebnisse der Reflexionsseismik auf dem ANCORP-Profil als *line drawing* von M. Stiller (pers. Mitt.) wurden bei dieser Darstellung auf das Ausgangsmodell projiziert. Die wichtigsten Ereignisse sind der Nazca-Reflektor und der Quebrada Blanca Bright Spot (**QBBS**) im Forearc und zwei reflektive Zone unter dem Altiplano. Außerdem wurden die Grenzen einer von Yuan et al. [2000] aus *Receiver Functions* abgeleiteten Niedriggeschwindigkeitszone (**ALVZ**, siehe Kapitel 3.2) eingetragen.

Im Backarc existiert eine gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der Reflexionsseismik und der Magnetotellurik. Die Abbildung lässt erkennen, dass der seismisch transparente Bereich zwischen den beiden Reflektoren auffällig gut mit einer lateral begrenzten Hochlage der Leiteroberkante korrespondiert. Die Zuordnung zu bestimmten Farbwerten sollte jedoch nicht überinterpretiert werden, da dies auch ein Effekt der gewählten Farbskala sein kann.⁵

Im Forearc gibt es hingegen keine Korrelation. Um zu überprüfen, ob ein guter Leiter im Bereich des Nazca-Reflektors bzw. des **QBBS** durch die MT-Daten erklärt werden kann, wurden diese Strukturen als A-priori-Information in das Ausgangsmodell eingebaut. Abbildung 5.8 zeigt oben die A-priori-Modelle (links: Nazca-Reflektor, rechts: **QBBS**). Die entsprechenden Inversionsergebnisse nach 30 Iterationen sind unten dargestellt. Die Modellantwort ist für beide Ergebnisse gut bzw. mit der des Ausgangsmodells vergleichbar und wird deswegen nicht extra gezeigt. Der Algorithmus erzwingt nun die Nähe zum A-priori-Modell. Im Fall des eingebauten Nazca-Reflektors scheint die Leitfähigkeit im unteren Bereich des Reflektors zwischen 80-90 km sogar teilweise noch höher zu werden. Im Tiefenbereich von ~ 60 -80 km bleibt die A-priori-Information erhalten. Schaut man sich hier jedoch die Parameterwerte direkt an, so stellt man fest, dass die Widerstände direkt oberhalb und unterhalb der Struktur enorm groß werden, was durch die verwendete Farbskala nicht wiedergegeben wird. Die vermeintlich gute Anpassung sollte deshalb als Artefakt angesehen werden. Außerdem erscheint eine derartige Kombination von Widerstandswerten ($>10.000 \Omega\text{m}$ und $5 \Omega\text{m}$) in dem Tiefenbereich eher unrealistisch zu sein. Trotzdem kann die Existenz eines gutleitenden *slab*, zumindest im Tiefenbereich von ca. 80 km, nicht vollständig ausgeschlossen werden.

⁵Diese wurde nach dem Kriterium erstellt, dass den 10er-Potenzen jeweils eine Grundfarbe zugeordnet wird ($<1 \Omega\text{m}$ rot, $10 \Omega\text{m}$ gelb, $100 \Omega\text{m}$ grün, $> 1000 \Omega\text{m}$ blau).

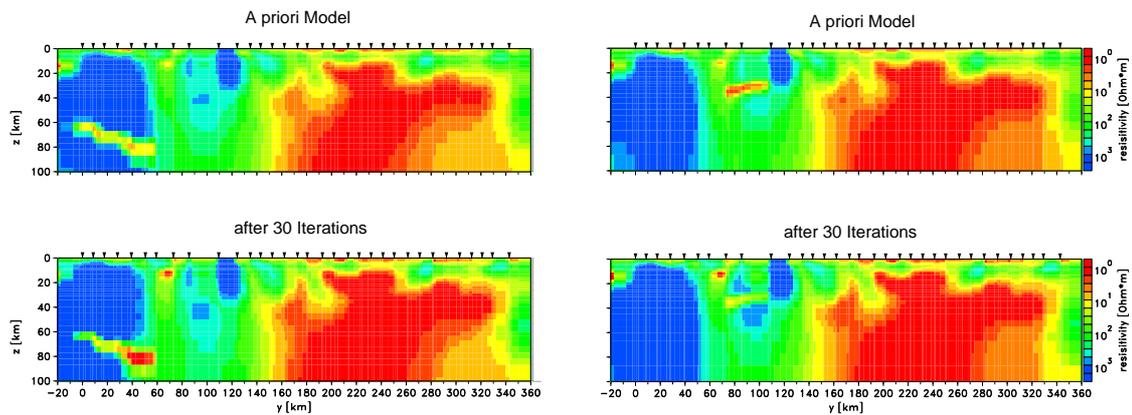


Abbildung 5.8: Der Nazca-Reflektor (links) und der Quebrada Blanca Bright Spot (rechts) aus Abbildung 5.7 werden als A-priori-Information bei der Inversion verwendet (oben). Der Algorithmus wird gezwungen, die Form des Modells beizubehalten. Die unteren Modelle zeigen die Inversionsergebnisse nach 30 Iterationen.

Wie schon die Sensitivitätsstudien am Anfang des Kapitels gezeigt haben, ist dieser Bereich allerdings sehr schlecht aufgelöst.

Wird der **QBBS** als A-priori-Information verwendet, so zeigt das Inversionsergebnis, dass der gute Leiter von dem Algorithmus wieder weg gerechnet wird. Um die Daten anzupassen, werden die Bereiche oberhalb und unterhalb des Bright Spot schlechter leitend, so dass im Rahmen aller möglichen Alternativen ein äquivalentes Modell gefunden wird.

Zusammenfassend kann man sagen, dass es in den Daten keine Hinweise auf einen guten Leiter gibt, der im Zusammenhang mit der abtauchenden Platte steht. Während eine hohe seismische Reflektivität allein durch einen Materialwechsel erklärbar ist, so setzt eine beobachtbare hohe Leitfähigkeit zumindest die Konnektivität einer leitenden Phase voraus (siehe auch Diskussion in Kapitel 7). Modellstudien von A. Chave und J. Booker (pers. Mitt.) ergeben, dass ein guter Leiter im Bereich der abtauchenden Platte einen viel deutlicheren Effekt auf *off shore* - Daten erzeugen würde als auf *on shore* - Messungen. Daraus lässt sich folgern, dass der *slab* bei 21° S durchaus gutleitend sein könnte, der Effekt jedoch durch die MT-Messungen auf dem Kontinent nicht aufgelöst werden kann. Dies konnte bereits durch magnetotellurische Untersuchungen am Juan de Fuca System belegt werden [Wannamaker et al., 1989, Nobes et al., 1992]. Dort konnte die abtauchende Platte erst durch *off shore* - Messungen mit einer leitfähigen Zone in Zusammenhang gebracht werden (A. Chave, pers. Mitt.). Die Existenz einer leitfähigen Struktur, die mit dem **QBBS** zusammenfällt, kann ausgeschlossen werden. Im Backarc kann der gute Leiter unter dem Altiplano mit Widerstandswerten $<1 \Omega\text{m}$ bis in eine Tiefe von ca. 60 km aufgelöst werden. Der Bereich darunter darf nicht beliebig schlechtleitend werden. In der oberen bis mittleren Kruste gibt es dabei ei-

ne gute Übereinstimmung zwischen der Oberkante der Anomalie, Zonen hoher Reflektivität, dem **ALVZ** sowie weitere Korrelationen mit anderen geophysikalischen Ergebnissen (siehe Kapitel 7).

5.4 Datendichte und Stationsabstand

Es wird hier untersucht, ob die verwendete Datendichte und der geleistete Messaufwand das Ergebnis der Modellierung rechtfertigen. Das ist zum einen für die benötigte Rechenzeit, zum anderen für die Planung einer Messkampagne von Interesse.

Zunächst wird getestet, ob ein reduzierter Daten-Input auf ein vergleichbares Inversionsergebnis führt. Dazu werden die verwendeten Perioden um die Hälfte verringert und die dadurch entstandenen zwei Datensätze invertiert. Dieser Test wirkt sich positiv auf die benötigte Rechenzeit aus. Die Inversion stützt sich nur noch auf 2 Perioden pro Dekade. Die daraus berechneten Modelle stimmen im wesentlichen mit dem bisher verwendeten Ausgangsmodell überein und werden nicht dargestellt. Die Anzahl der verwendeten Perioden ist allerdings unwesentlich für die Dauer einer Messkampagne. Die Stützstellen, an denen die Übertragungsfunktion berechnet werden, ergeben sich aus der Stapelung fouriertransformierter Zeitreihenfenster und der Mittelung der Spektren um die gewünschte Zielfrequenz.

Als nächstes wird der Datensatz halbiert, indem jede zweite Station weggelassen wird. Die Inversionsergebnisse aus diesen zwei Datensätzen zeigt Abbildung 5.9. Es werden hier einige Unterschiede deutlich. Die Oberkante des Präkordillerenleiters liegt in der oberen Abbildung in einer Tiefe von ~ 20 km, in der unteren Abbildung in etwa 10 km Tiefe. Das Weglassen von verschiedenen Stationen in der Präkordillere bei der Inversion hat ergeben, dass der Präkordillerenleiter durch die Stationen TIQ, HUA, COC und QBA aufgelöst wird. Bei der Station COC sind jedoch nur die Daten der B-Polarisation verwendet worden, so dass die Abweichung in den Inversionsergebnissen der disjunkten Datensätze eventuell mit diesem Informationsdefizit zusammenhängt.

Die westliche Begrenzung des Altiplanoleiters verschiebt sich ab einer Tiefe von ~ 60 km um ca. 50 km. Schaut man sich dazu die Daten an den relevanten Stationen im Anhang A an (TAR, LUX, PAM, CHU), so sieht man, dass die Widerstände der E-Polarisation an der Station LUX bis zu einer Größenordnung über den entsprechenden Werten an den Nachbarstationen TAR und PAM liegen. Das Weglassen dieser Stationen könnte den Versatz der lateralen Begrenzung der Anomalie begründen.

Ein größerer Abstand zwischen den Messlokalen hätte folglich das Bild der Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund verändert, so dass die Dichte des Stationsabstands von $\varnothing 10$ km

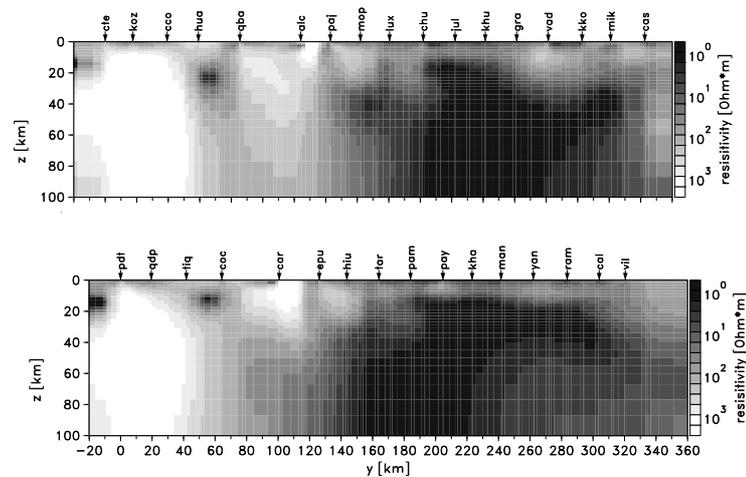


Abbildung 5.9: Bei diesen Inversionsergebnissen wird nur jede zweite Station auf dem ANCORP-Profil verwendet. Die Oberkante des Präkordillerenleiters verschiebt sich bei den beiden Datensätzen um ~ 10 km. Ein weiterer wesentlicher Unterschied ist der Versatz der westlichen Begrenzung des Altiplanoleiters von ~ 50 km ab einer Tiefe von ca. 60 km. Abgesehen davon sind die wichtigen Charakteristika, die in Kapitel 4.2.4 beschrieben werden, in beiden Modellen enthalten.

gerechtfertigt erscheint. Insbesondere in der Präkordillere wäre eine größere Stationsdichte wünschenswert gewesen, was aus logistischen Gründen schwer realisierbar war, da das Profil durch eine ca. 60 km lange schmale Schlucht führte (Quebrada Huatacondo), in der Tellurikauslagen von 50-100 m nur an wenigen Stellen machbar waren. Die Lücke zwischen den Stationen QBA und CAR liegt im Minengebiet von Collahuasi, so dass auch dort keine Messungen durchgeführt werden konnten.

Kapitel 6

Auflösungsstudien

Die Singular Value Decomposition (SVD) gilt als mathematische Standardmethode, um die Auflösung von Parametersystemen im linearen oder linearisierten Fall zu untersuchen [Menke, 1984]. In diesem Kapitel soll sie zur weiterführenden Diskussion auf das ANCORP-Modell angewendet werden. Für große Parametersysteme sind derartige Studien bisher nicht standardmäßig durchgeführt worden und erst seit dem Einsatz schneller Algorithmen [Anderson et al., 1999] praktikabel geworden.¹ Im zweidimensionalen Fall kann die Darstellung der Ergebnisse wegen der großen Anzahl von Daten und Parametern allerdings sehr unübersichtlich werden. Deshalb wird die SVD nach einer kurzen Einführung (Abschnitt 6.1) zunächst auf ein einfaches eindimensionales Modell angewendet (Abschnitt 6.2). Die anschließende Darstellung der aus der SVD abgeleiteten Größen auf ein 1D-Inversionsmodell, das in Analogie zum 2D-Fall durch viele Schichten beschrieben wird, demonstriert die zunehmende Komplexität (Abschnitt 6.3). Mit diesen Erfahrungen wird die SVD in Abschnitt 6.4 auf das zweidimensionale ANCORP-Modell angewendet.

6.1 Singular Value Decomposition

Während das herkömmliche Eigenwertproblem $\hat{\mathbf{A}}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$ für reguläre, d.h. quadratische und positiv definite Matrizen definiert ist, stellt die SVD eine Generalisierung für beliebige Matrizen dar. Auf Lanczos [1961] geht die Idee zurück, aus einer $(N \times M)$ -Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ eine symmetrische Matrix $\hat{\mathbf{S}} \in \mathfrak{R}^{(N+M) \times (N+M)}$ zu machen:²

$$\hat{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} 0 & \hat{\mathbf{A}} \\ \hat{\mathbf{A}}^T & 0 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

¹Neuere Untersuchungen findet man z.B. in Vasco et al. [1998] und Neal [1998].

² $\hat{\mathbf{A}}$ kann für die Herleitung der SVD als beliebige Matrix angesehen werden. In den folgenden Abschnitten ist damit jedoch die Sensitivitätsmatrix gemeint.

Für $\hat{\mathbf{S}}$ existiert dann das Eigenwertproblem

$$\hat{\mathbf{S}}\mathbf{w}_i = \lambda_i\mathbf{w}_i \quad (6.2)$$

mit reellen Eigenwerten $\{\lambda_i\}$, die ihrer Größe nach geordnet sind. Der Eigenvektor \mathbf{w}_i lässt sich dabei in einen N-dimensionalen Eigendatenvektor \mathbf{u}_i und einen M-dimensionalen Eigenparametervektor \mathbf{v}_i aufteilen [Scales and Smith, 1996]. Das Eigenwertproblem für $\hat{\mathbf{S}}$ entkoppelt dann in zwei Eigenwertprobleme für $\hat{\mathbf{A}}$ und $\hat{\mathbf{A}}^T$:

$$\hat{\mathbf{A}}^T\mathbf{u}_i = \lambda_i\mathbf{v}_i \quad (6.3)$$

$$\hat{\mathbf{A}}\mathbf{v}_i = \lambda_i\mathbf{u}_i \quad (6.4)$$

Daraus folgt:

$$\hat{\mathbf{A}}^T\hat{\mathbf{A}}\mathbf{v}_i = \lambda_i^2\mathbf{v}_i \quad (6.5)$$

$$\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{A}}^T\mathbf{u}_i = \lambda_i^2\mathbf{u}_i \quad (6.6)$$

Da in der Regel nicht alle Singulärwerte (SV von *Singular Value*)³ von Null verschieden sind, kann man die folgende Aufteilung für $\hat{\mathbf{U}} = \{\mathbf{u}_i\}$ und $\hat{\mathbf{V}} = \{\mathbf{v}_i\}$ vornehmen:

$$\text{Matrix der Eigendaten:} \quad \hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{U}}_r + \hat{\mathbf{U}}_0$$

$$\text{Matrix der Eigenparameter:} \quad \hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{V}}_r + \hat{\mathbf{V}}_0$$

Die Eigendaten und Eigenparameter sind dabei Linearkombinationen der Daten und Modellparameter. Der Index r gibt die Anzahl der Singulärwerte an, für die $\lambda_r \ll \lambda_{max}$ gilt. Kleine Singulärwerte bilden den entsprechenden Eigenvektor auf den Nullraum ab. Aus Gleichung 6.3 und 6.4 folgt damit

$$\hat{\mathbf{A}}^T\hat{\mathbf{U}}_r = \hat{\Lambda}_r\hat{\mathbf{V}}_r \quad (6.7)$$

$$\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{V}}_r = \hat{\Lambda}_r\hat{\mathbf{U}}_r \quad (6.8)$$

$$\hat{\mathbf{A}}^T\hat{\mathbf{U}}_0 = 0 \quad (6.9)$$

$$\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{V}}_0 = 0 \quad (6.10)$$

Der Nullraum spielt eine entscheidende Rolle. Die Existenz eines Datennullraums ($\hat{\mathbf{U}}_0$) bedeutet, dass die Daten in diesem Raum nicht angepasst werden können. Parameter, die im Parameternullraum $\hat{\mathbf{V}}_0$ liegen, werden nicht aufgelöst. Umgekehrt können zu einem Parameterraum beliebige Linearkombinationen aus dem Nullraum hinzugefügt werden, ohne dass sich die Modellantwort ändert [Rowbotham and Pratt, 1997]. Werden alle Singulärwerte berücksichtigt, dann gilt nach Menke [1984]:

$$\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{U}}^T = \hat{\mathbf{U}}^T\hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{I}}_n \quad (6.11)$$

$$\hat{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{V}}^T = \hat{\mathbf{V}}^T\hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{I}}_m \quad (6.12)$$

³An dieser Stelle wird zwischen Eigenwerten von reguläre Matrizen und Singulärwerten von beliebigen Matrizen unterschieden.

Die SVD leitet sich aus Gleichung 6.4 ab:

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{\Lambda}}\hat{\mathbf{V}}^T \quad (6.13)$$

bzw. wenn nur die r größten Singulärwerte berücksichtigt werden, erhält man eine *truncated* SVD [z.B. Hansen, 1987, 1998]:

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{U}}_r\hat{\mathbf{\Lambda}}_r\hat{\mathbf{V}}_r^T \quad (6.14)$$

Diese Matrixfaktorisierung kann zum einen benutzt werden, um eine Generalisierte Inverse $\hat{\mathbf{A}}^\dagger$ zu lösen. Betrachtet man dazu ein lineares Gleichungssystem der Form

$$\hat{\mathbf{A}}\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (6.15)$$

dann folgt für die Auflösung nach \mathbf{x} [z.B. Meju, 1994]:

$$\mathbf{x} = \hat{\mathbf{A}}^\dagger \mathbf{y} = (\hat{\mathbf{A}}^T \hat{\mathbf{A}})^{-1} \hat{\mathbf{A}}^T \mathbf{y} = \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{\Lambda}}^{-1} \hat{\mathbf{U}}^T \mathbf{y} \quad (6.16)$$

Zum anderen sagen die berechneten Eigenparameter $\{\mathbf{v}_i\}$ etwas über die Auflösung von Parametern bzw. Parameterkombinationen aus und die Eigendaten $\{\mathbf{u}_i\}$ geben an, welche Daten den entsprechenden Eigenparameter auflösen.

Im allgemeinen Fall lässt sich mit Hilfe der Generalisierten Inversen die Parameterauflösungsmatrix $\hat{\mathbf{R}}_{mm}$ berechnen. Menke [1984] unterscheidet zwischen den geschätzten \mathbf{m}^{est} und „wahren“ Parametern \mathbf{m}^{true} , die über die Auflösungsmatrix zusammenhängen:

$$\mathbf{m}^{est} = \hat{\mathbf{R}}_{mm} \mathbf{m}^{true} = \hat{\mathbf{A}}^\dagger \hat{\mathbf{A}} \mathbf{m}^{true} \quad (6.17)$$

Drückt man $\hat{\mathbf{A}}^\dagger$ nach Gleichung 6.14 durch die *truncated* SVD aus, so erhält man für $\hat{\mathbf{R}}_{mm}$ eine spezielle Lösung

$$\hat{\mathbf{R}}_{mm} = \hat{\mathbf{V}}_r \hat{\mathbf{V}}_r^T \quad (6.18)$$

Die Informationsdichtematrix $\hat{\mathbf{R}}_{dd}$ gibt den Zusammenhang zwischen den vorhergesagten Daten \mathbf{d}^{pre} , die sich aus der Antwort des geschätzten Modells \mathbf{m}^{est} ergeben, und den beobachteten Daten \mathbf{d}^{obs} an. In Analogie zur Auflösungsmatrix folgt hier aus der Generalisierten Inversen:

$$\mathbf{d}^{pre} = \hat{\mathbf{R}}_{dd} \mathbf{d}^{obs} = \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{A}}^\dagger \mathbf{d}^{obs} \quad (6.19)$$

bzw. aus der *truncated* SVD:

$$\hat{\mathbf{R}}_{dd} = \hat{\mathbf{U}}_r \hat{\mathbf{U}}_r^T \quad (6.20)$$

Die Parameterauflösungsmatrix und die Informationsdichtematrix sind symmetrisch, wenn man sie aus einer *truncated* SVD berechnet. Leitet man sie aus einer Generalisierten Inversen ab, muss das nicht der Fall sein (z.B. wenn durch die Berücksichtigung eines Differenzenoperators in der Zielfunktion eine Abhängigkeit zwischen den Modellparametern geschaffen

wird). Werden alle Singulärwerte bei der SVD berücksichtigt, dann ist nach Gleichung 6.11 und 6.12 $\hat{\mathbf{R}}_{dd} = \hat{\mathbf{I}}, \hat{\mathbf{R}}_{mm} = \hat{\mathbf{I}}$. Im unbestimmten Fall, wenn $N \neq M$ ist, bedeutet dies jedoch nicht, dass man eine optimale Auflösung erzielt hat bzw. die Daten optimal angepasst wurden. Vielmehr spielen dann auch die kleinen Singulärwerte eine Rolle, durch die die Auflösung beeinträchtigt werden kann. Die Größe der Hauptdiagonalelemente ist dabei ein Maß dafür, wie gut der jeweilige Parameter oder das Datum durch sich selbst bestimmt ist, die Größe der Nebendiagonalelemente spiegelt die Verteilung der Auflösung auf die übrigen Parameter bzw. Daten wieder.

Ein wichtiges Maß dafür, wie sich die in Kapitel 2.3.2 eingeführten A-priori-Kovarianzen $\hat{\mathbf{C}}_{dd}$ und $\hat{\mathbf{C}}_{mm}$ a-posteriori auswirken, ist die A-posteriori-Modellkovarianzmatrix $\hat{\mathbf{C}}_{apost}$, die sich ebenfalls aus einer Generalisierten Inversen und aus einer *truncated* SVD ableiten lässt. Im ersten Fall folgt nach Nolet et al. [1999] unter der Annahme, dass die Daten unkorreliert sind und die gleiche Varianz σ^2 besitzen:

$$\hat{\mathbf{C}}_{apost} = \hat{\mathbf{A}}^\dagger [\hat{\mathbf{C}}_{dd}] \hat{\mathbf{A}}^{\dagger T} \quad (6.21)$$

wobei $\hat{\mathbf{C}}_{dd} = \sigma^{-2} \hat{\mathbf{I}}$ die A-priori-Datenkovarianzmatrix ist (vergl. Kapitel 2.3.1). Im zweiten Fall ergibt sich:

$$\hat{\mathbf{C}}_{apost} = \sigma^2 \hat{\mathbf{V}}_r \hat{\Lambda}_r^{-2} \hat{\mathbf{V}}_r^T \quad (6.22)$$

[Menke, 1984, Koch, 1992]. Die Hauptdiagonale der Modellkovarianzmatrix (auch A-posteriori-Matrix) entspricht dem Modellfehler, während die Nebendiagonalelemente ausdrücken, wie sich der Datenfehler auf die übrigen Parameter verteilt.

6.2 Sensitivitäten und SVD im 1D-Fall

Das Programmpaket MATLAB[©] beruht auf einer Matrix-orientierten Programmiersprache und ermöglicht eine schnelle und einfache Visualisierung der Ergebnisse. Mit diesem Programm sind Routinen realisiert worden, auf denen die folgenden Berechnungen beruhen. Ein klassisches Beispiel für die Anwendung der SVD zum Studium der Auflösbarkeit in der Magnetotellurik wird in Edwards et al. [1981] beschrieben, deren Untersuchungen auf einem von Blohm et al. [1977] vorgestellten Modell basieren (siehe Abbildung 6.1), mit dem sie Gleichstrom- und MT-Daten aus Südafrika erklärt haben. Zum einen wird dieses Modell im folgenden verwendet, um in einem einfachen Fall das Auflösungsvermögen der SVD zu untersuchen. Zum anderen werden die Ergebnisse von Edwards et al. [1981] daran nachvollzogen, um die Korrektheit der Berechnungen zu gewährleisten.

Das Modell zeigt einen 4-Schichtfall mit einer extrem resistiven, 12 km mächtigen, oberen Schicht (50.000 Ωm), gefolgt von einem guten Leiter (50 Ωm) bis in 42 km Tiefe und einem

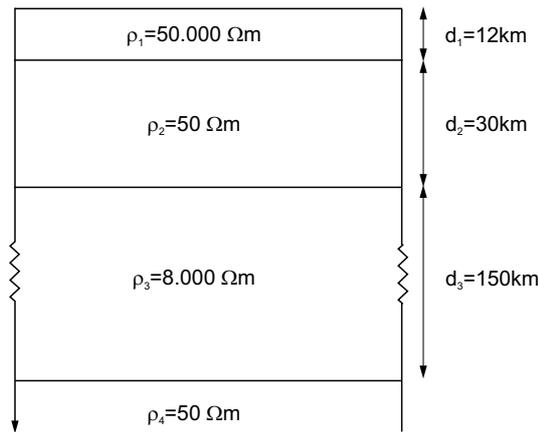


Abbildung 6.1: Modell von Blohm et al. [1977], das aus Gleichstrom- und MT-Daten aus Südafrika abgeleitet worden ist und als Ausgangsmodell für Auflösungsstudien im 1D-Fall verwendet wird.

schlechteren Leiter ($8.000 \Omega\text{m}$) bis in eine Tiefe von 192 km . Der abschließende Halbraum hat einen Widerstandswert von $50 \Omega\text{m}$. Da die in der Magnetotellurik betrachteten Stromsysteme bevorzugt in guten Leitern fließen, ist zu erwarten, dass die Tiefe zum ersten guten Leiter sowie der Leiter selbst gut aufgelöst werden.

Als Daten für die Eigenwertanalyse verwenden Edwards et al. [1981] scheinbare spezifische Widerstände und Phasen im Periodenbereich von $10^{-2} - 10^3 \text{ s}$, sowie einen Datenfehler von 25% in den Widerständen und 3° in den Phasen. Als Modellparameter werden die Logarithmen der Schichtmächtigkeiten und der Widerstände eingesetzt. Daraus berechnen sie die partiellen Ableitungen der Daten nach den Modellparametern, d.h. die Elemente der Sensitivitätsmatrix. Aus der SVD ergeben sich die Eigenparameter $\{\mathbf{v}_i\}$, die eine Linearkombination der im Modell verwendeten Parameter $\{\log \mathbf{m}_j\}$ sind [Edwards et al., 1981].

$$\mathbf{v}_i = \sum_j a_{ij} \cdot \log \mathbf{m}_j \quad (6.23)$$

Die Koeffizienten $\{a_{ij}\}$ bestimmen dabei das Gewicht, welches der entsprechende Modellparameter zur Auflösung beiträgt und variieren zwischen -1 und 1 . In Tabelle 6.1 sind die von Edwards et al. [1981] berechneten Koeffizienten der Eigenparameter dargestellt. ρ_i und d_i kennzeichnen Widerstände und Schichtmächtigkeiten. Die Tabelle lässt sich folgendermaßen interpretieren: Am besten aufgelöst wird die Mächtigkeit der obersten Schicht bzw. die Tiefe zum guten Leiter. Am zweitbesten wird das Leitfähigkeitsdickeprodukt der zweiten Schicht aufgelöst, gefolgt vom Widerstandswert der ersten Schicht und der Mächtigkeit der dritten Schicht. Daran schließt sich die Auflösung des Widerstandsdickeprodukts der zweiten Schicht an. Die dem 6. und 7. Singulärwert zugeordneten Eigenparameter besitzen zwar große Koeffizienten, doch sind die entsprechenden Singulärwerte sehr klein bzw. Fehler sehr groß, so dass diese Parameter nicht aufgelöst werden.

SV	Error	$\delta\rho_1/\rho_1$	$\delta\rho_2/\rho_2$	$\delta\rho_3/\rho_3$	$\delta\rho_4/\rho_4$	$\delta d_1/d_1$	$\delta d_2/d_2$	$\delta d_3/d_3$	Physics
1	0.03	0.04	-0.15	-0.00	0.00	-0.99	0.03	-0.00	Thickness Layer1
2	0.03	-0.00	-0.75	-0.00	0.01	0.14	0.64	-0.12	Conductivity-thickness Layer2
3	0.12	-1.0	-0.03	0.00	0.00	-0.01	-0.03	0.03	Resistivity Layer1
4	0.15	0.03	-0.19	0.01	0.17	0.03	-0.05	0.96	Thickness Layer3
5	0.21	-0.03	0.61	-0.01	-0.06	-0.07	0.77	0.17	Resistivity-thickness Layer2
6	>1	0.00	0.01	-0.01	-0.98	0.00	-0.04	-0.18	Resistivity Layer4
7	>1	-0.00	-0.00	-1.0	-0.01	-0.00	-0.01	0.01	Resistivity Layer3

Tabelle 6.1: Ergebnis der Eigenparameteranalyse von Edwards et al. [1981] für das Modell in Abbildung 6.1. Große Koeffizienten werden durch fette Ziffern hervorgehoben. Am besten wird die Mächtigkeit der ersten Schicht aufgelöst. Der zweitgrößte Singulärwert wird dem Leitfähigkeitsdickeprodukt der zweiten Schicht zugeordnet. An dritter Stelle steht die Auflösung des Widerstandswerts der obersten Schicht und an vierter Stelle die der Mächtigkeit der dritten Schicht. Schlechter als das Leitfähigkeitsdickeprodukt wird das Widerstandsdickeprodukt der zweiten Schicht aufgelöst. Den Parametern ρ_4 und ρ_3 in der 6. und 7. Zeile werden zwar große Koeffizienten zugeordnet, doch sind die Singulärwerte hier bereits sehr klein bzw. sind die Fehler groß, so dass sie nur schlecht aufgelöst werden.

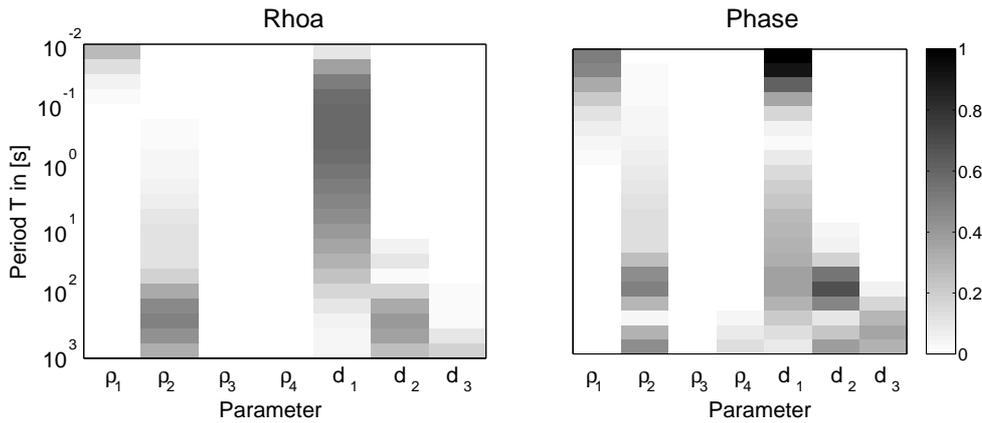


Abbildung 6.2: Beträge der Sensitivitäten für das Modell in Abbildung 6.1. Links Rhoa, rechts Phase. Es wird deutlich, dass die Mächtigkeit der ersten Schicht in einem breiten Periodenbereich der sensitivste Parameter ist. Der Widerstandswert der ersten Schicht ist bei den kurzen Perioden und der Widerstandswert sowie die Mächtigkeit der zweiten Schicht ist bei den langen Perioden sensitiv. Unsensitiv erscheinen die Widerstandswerte der dritten und vierten Schicht. Die Mächtigkeiten der zweiten und dritten Schicht sind noch bei den langen Perioden sensitiv.

Aus dem Modell von Blohm et al. [1977] sind Daten mit dem Algorithmus von Wait [1970] berechnet worden. Die Sensitivitätsmatrix wurde nach der Störungsmethode ermittelt [z.B. McGillivray and Oldenburg, 1990], wobei sich die partiellen Ableitungen aus der Differenz zwischen der positiv und negativ gestörten Vorwärtsantwort berechnen:

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{m}} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\mathbf{f}(\mathbf{m} + \Delta \mathbf{m}) - \mathbf{f}(\mathbf{m} - \Delta \mathbf{m})}{\Delta \mathbf{m}} \right] \quad (6.24)$$

$\Delta \mathbf{m}$ ist dabei eine hinreichend kleine Parameterstörung ist. Da Edwards et al. [1981] den Logarithmus der Modellparameter betrachten, werden die Ableitungen wegen $\frac{\partial}{\partial \mathbf{m}} \log \mathbf{m} = \frac{1}{\mathbf{m}}$ mit \mathbf{m} multipliziert und darüber hinaus mit der Standardabweichung $\hat{\mathbf{W}} = \{1/\sigma_i\}$ gewichtet. Die Sensitivitäten werden dadurch einheitslos und die Ableitungen von ρ_a und φ sind von gleicher Größenordnung (vergl. Kapitel 5.1).

$$\hat{\mathbf{S}} = \hat{\mathbf{W}} \cdot \mathbf{m} \cdot \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{m}} \quad (6.25)$$

In Abbildung 6.2 ist die Sensitivitätsmatrix für ρ_a (links) und Phase (rechts) betragsmäßig und auf $[0,1]$ normiert dargestellt. Man sieht, dass der erste Parameter, der Widerstandswert der obersten Schicht, bei kurzen Perioden sensitiv ist. Der Widerstandswert der zweiten Schicht wird bei langen Perioden zunehmend sensitiv. Völlig unsensitiv erscheinen ρ_3 und ρ_4 . Die größte Sensitivität über einen weiten Periodenbereich wird der Mächtigkeit der ersten Schicht zugeordnet, wobei die Phasen höhere Werte aufweisen als die Widerstände. Der Nulldurchgang in der Phase wird dabei durch einen Vorzeichenwechsel verursacht. Die Mächtigkeiten der zweiten und dritten Schicht sind nur noch bei den langen Perioden sensitiv.

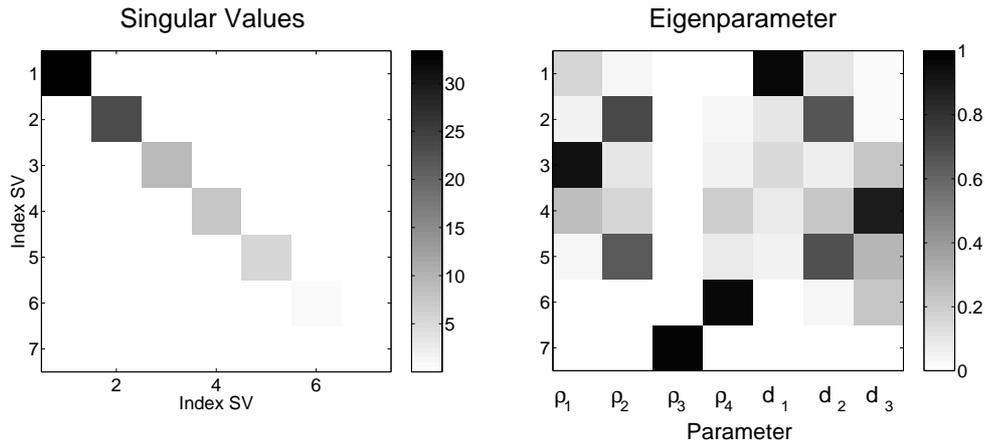


Abbildung 6.3: Aus der SVD der in Abbildung 6.2 dargestellten Sensitivitätsmatrix ergeben sich die Singulärwerte (links) und die Eigenparametermatrix $\hat{\mathbf{V}}$ für das Modell in Abbildung 6.1. Die Eigenparameter werden zeilenweise dargestellt und zeigen, dass die Mächtigkeit der ersten Schicht am besten und am zweitbesten das Leitfähigkeitsdickeprodukt der zweiten Schicht aufgelöst werden, usw. Die Ergebnisse stimmen mit den von Edwards et al. [1981] durchgeführten Eigenwertanalysen überein (vergl. Tabelle 6.1).

Abbildung 6.3 zeigt die Singulärwerte $\{\lambda_i\}$ (links) und die Eigenparametermatrix $\hat{\mathbf{V}}$ (rechts), die sich nach Gleichung 6.13 aus der SVD der Sensitivitätsmatrix ergeben. Von den 7 Singulärwerten liefern höchstens 5 einen nennenswerten Beitrag. Die Darstellung der Eigenparameter in der rechten Abbildung bestätigt die in Tabelle 6.1 aufgeführten Ergebnisse von Edwards et al. [1981], wobei nun die Vorzeichen nicht berücksichtigt werden, da vorrangig der Betrag von Interesse ist.⁴ Außerdem wird dadurch die Verwendung einer Graustufenskala möglich. Der erste Eigenparameter in der ersten Zeile zeigt, dass wie bei Edwards et al. [1981] die Mächtigkeit der ersten Schicht am besten aufgelöst wird. Darauf folgt ebenfalls die Auflösung des Leitfähigkeitsdickeprodukts der zweiten Schicht sowie in der dritten Zeile die Auflösung des Widerstandswerts der ersten Schicht, usw. (vergl. Tabelle 6.1).

Die durch die SVD berechneten Eigendaten $\{\mathbf{u}_i\}$ sind entsprechend den Eigenparametern Linearkombinationen der gemessenen Daten $\{\mathbf{d}_j\}$:

$$\mathbf{u}_i = \sum_j b_{ij} \cdot \log \mathbf{d}_j \quad (6.26)$$

In Abbildung 6.4 werden die Beträge der Koeffizienten $\{b_{ij}\}$ für Rhoa (links) und Phase (rechts) dargestellt. In der ersten Zeile wird die Linearkombination von Daten abgebildet, die den ersten Eigenparameter, die Mächtigkeit der obersten Schicht, auflösen. Hier spielen Daten in einem breiten Periodenbereich eine Rolle, wobei die Phasen einen Nulldurchgang

⁴Die Berechnung der Eigenparameter und Eigendaten ist bis auf ihr Vorzeichen bestimmt. In diesem Beispiel spielt das insofern eine Rolle, als dass sich die Auflösung des Leitfähigkeitsdickeprodukts von der des Widerstandsdickeprodukts unterscheidet (vergl. Tabelle 6.1).

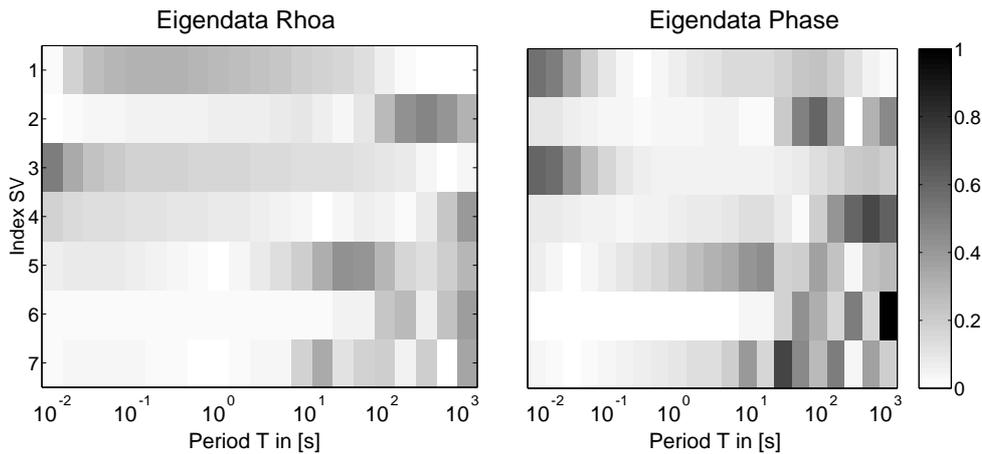


Abbildung 6.4: Eigendaten, die aus der SVD berechnet wurden. Links: Rhoa, rechts: Phase. Zeilenweise wird die Linearkombination von Daten dargestellt, die den entsprechenden Eigenparameter in Abbildung 6.3 auflösen. D.h. d_1 wird von einem breiten Periodenbereich aufgelöst, das Leitfähigkeitsdickeprodukt der zweiten Schicht von langen Perioden, der Widerstandswert der ersten Schicht von kurzen Perioden, usw.

aufweisen, was bei der Darstellung der Sensitivitäten bereits auffiel. Die zweite Zeile der Eigendatenmatrix zeigt, dass die längeren Perioden das Leitfähigkeitsdickeprodukt der zweiten Schicht auflösen, und die dritte Zeile kennzeichnet Daten, die den Widerstandswert der ersten Schicht auflösen, usw. Die letzten beiden Zeilen korrespondieren wiederum mit sehr kleinen Singulärwerten und tragen gering zur Auflösung bei. Die Aussagen der „Eigenwiderstände“ und „Eigenphasen“ stimmen dabei recht gut überein.

Leitet man die Auflösungsmatrix aus der vollständigen SVD ab (alle Singulärwerte werden berücksichtigt), so gilt $\hat{\mathbf{R}}_{mm} = \hat{\mathbf{I}}$. Da jedoch nicht alle Singulärwerte zur Auflösung beitragen, wird die in Abbildung 6.5 oben links dargestellte Auflösungsmatrix nach Gleichung 6.18 nur aus den ersten 5 Eigenparametern entsprechend den 5 größten Singulärwerten berechnet. Es wird deutlich, dass die Widerstandswerte der dritten und vierten Schicht schlecht aufgelöst werden, was mit den bisherigen Aussagen übereinstimmt (vergl. Abbildung 6.2 und 6.3, rechts). Die Abbildung der Kovarianzmatrix (rechts oben) zeigt, dass sich bei der Berücksichtigung von 5 Singulärwerten ein sehr großer Fehler für den Widerstandswert der ersten Schicht ergibt. Die übrigen Parameter haben demgegenüber einen kleinen Fehler. Der Darstellung der Informationsdichtematrix (unten in Abbildung 6.5) ist zu entnehmen, dass die kurzen und langen Perioden, insbesondere bei den Phasen, den größten Beitrag zur Auflösung beisteuern.

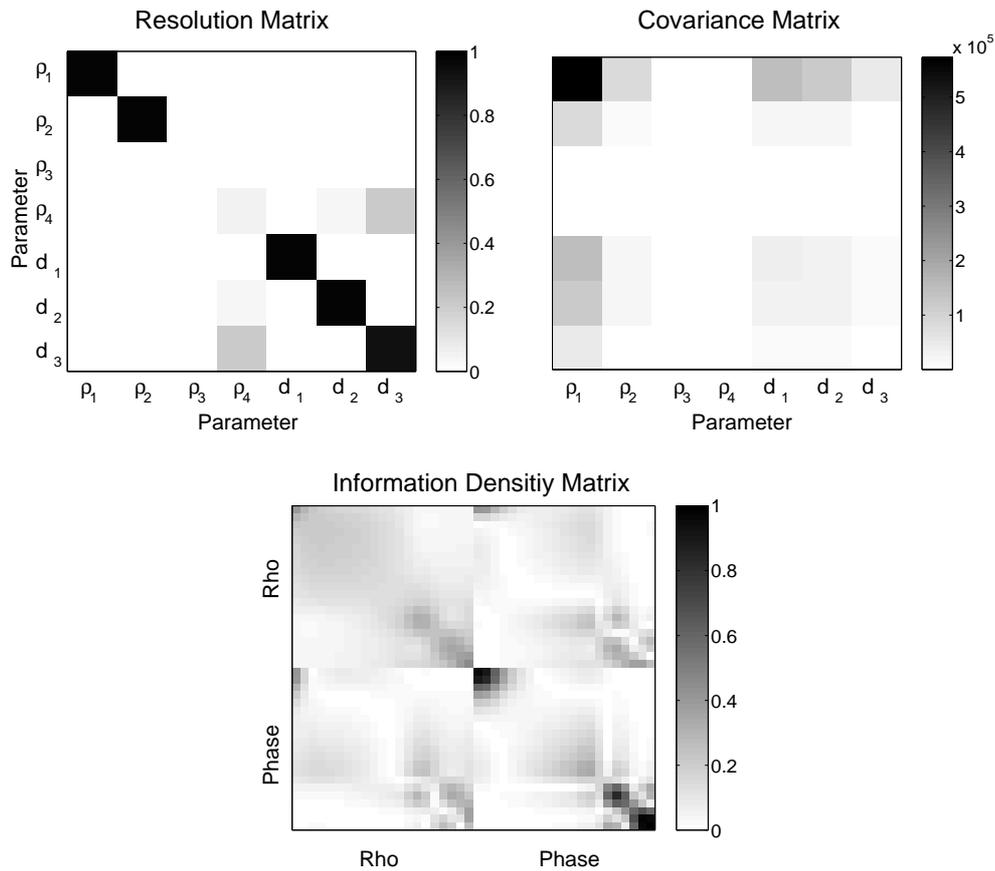


Abbildung 6.5: Zur Berechnung der hier dargestellten Matrizen wurden jeweils die ersten 5 Singulärwerte bei der SVD berücksichtigt. Oben: Die Auflösungsmatrix (links) zeigt, dass ρ_3 und ρ_4 schlecht aufgelöst werden, was auch aus den vorangegangenen Darstellungen der Sensitivitäts- und Eigenparametermatrix hervorging. Aus der Kovarianzmatrix (rechts) folgt, dass dem Widerstandswert der ersten Schicht bei der Berücksichtigung von 5 Singulärwerten ein besonders großer Fehler zugeordnet wird. Aus der Abbildung der Informationsdichtematrix (unten) geht hervor, dass im wesentlichen die kurzen und langen Perioden der Phase zur Auflösung beitragen.

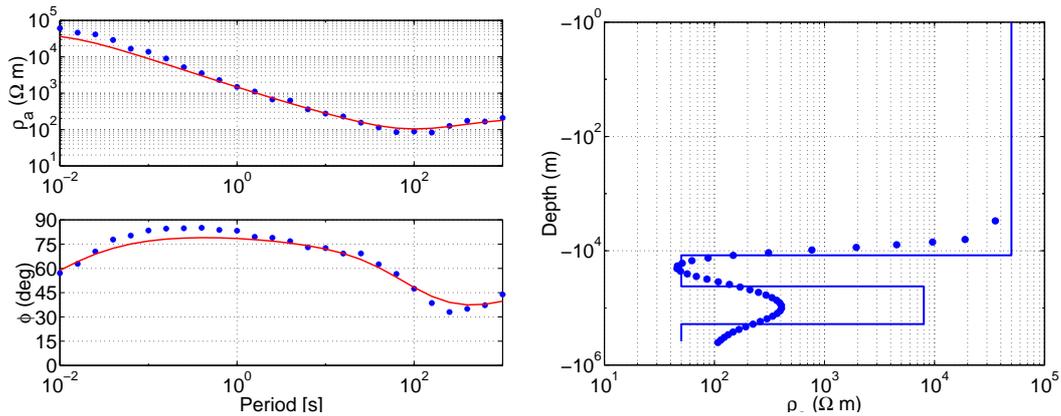


Abbildung 6.6: Links: Daten von dem Modell in Abbildung 6.1 (Punkte) und Modellantwort der 1D-Inversion (durchgezogen). Rechts: Ausgangsmodell von Blohm et al. [1977] (durchgezogen) und Inversionsergebnis. Die Punkte spiegeln die Diskretisierung wieder. Dabei wird deutlich, dass die Mächtigkeiten der ersten und letzten Schicht von der logarithmischen Zunahme der übrigen Schichten ausgenommen sind.

6.3 1D-Inversion

Um nun in Hinblick auf den 2D-Fall ein komplizierteres Problem zu betrachten, wurde in MATLAB[®] eine 1D-Inversion programmiert. Als Daten werden $\log \rho_a(T)$ und $\varphi(T)$ und als Startmodell ein Halbraum verwendet. Das Modell wird in eine finite Anzahl von Schichten unterteilt, wobei die Schichtmächtigkeiten entsprechend der Eindringtiefe der Felder logarithmisch zunehmen. In Analogie zum 2D-Fall sind die Schichtmächtigkeiten nun konstant. Die Formulierung der Zielfunktion entspricht dabei der in Gleichung 2.6 aufgestellten Tikhonov-Inversen, d.h. die kleinste-Quadrate-Lösung wird durch einen Regularisierungsterm erweitert. Letzterer entspricht einem Differenzenoperator, der über benachbarte Schichten mittelt. Wie in Kapitel 2.3.2 und 4.2.1 beschrieben wurde, wird das Maß der dadurch entstehenden Glättung durch einen Regularisierungsparameter τ gesteuert. Der iterative Prozess lässt sich dann mit den Bezeichnungen aus Kapitel 2.3 folgendermaßen formulieren:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{k+1} &= \mathbf{m}_k + \delta \mathbf{m}_k \\ &= \mathbf{m}_k + [\hat{\mathbf{S}}^T \hat{\mathbf{W}}^T \hat{\mathbf{W}} \hat{\mathbf{S}} + \tau \cdot \hat{\mathbf{D}}^T \hat{\mathbf{D}}]^{-1} \cdot [\hat{\mathbf{S}}^T \hat{\mathbf{W}}^T \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m}_k)) - \tau \cdot \hat{\mathbf{D}}^T \hat{\mathbf{D}}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)] \end{aligned}$$

Für die folgenden Untersuchungen werden die Daten aus dem Modell von Blohm et al. [1977] und als Startmodell \mathbf{m}_0 ein $100 \Omega \cdot m$ -Halbraum verwendet, der in 40 Schichten unterteilt wird.⁵ Die Daten werden künstlich verrauscht und es wird ein relativer Fehler von 0.1 bei den Widerständen sowie 1° in den Phasen berücksichtigt. Ziel ist es, ein Modell zu finden, bei dem der Algorithmus konvergiert ist und die Leitfähigkeitsverteilung realistisch wiedergegeben

⁵Die Anzahl der Schichten wird hier empirisch festgelegt, unter der Bedingung, dass der betrachtete Untergrundbereich quasi kontinuierlich wiedergegeben wird.

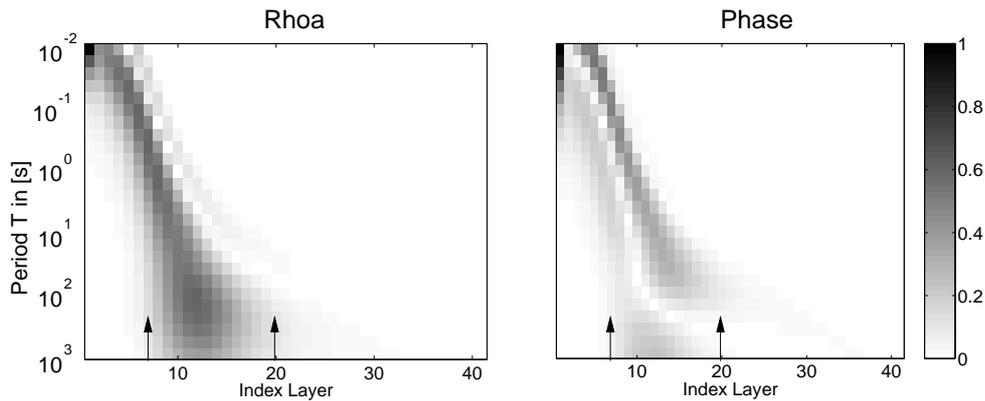


Abbildung 6.7: Sensitivitätsmatrix für das Inversionsmodell mit 40 Schichten. Links: Rho, rechts: Phase. Zur Darstellung wurden die Beträge der Sensitivitäten auf $[0,1]$ normiert und durch die entsprechende Schichtmächtigkeit geteilt. Die Pfeile kennzeichnen die Lage des oberen guten Leiters und zeigen, dass dieser mit dem sensitiven Bereich übereinstimmt. An der Unterkante des Leiters nimmt die Sensitivität ab.

wird. Dazu sind, wie in Kapitel 4.1, eine Reihe von Inversionsläufen gestartet worden, um ein optimales τ zu bestimmen. In Abbildung 6.6 ist links die Anpassung des Modells dargestellt. Im rechten Bild werden das „wahre“ Modell von Blohm et al. [1977] (durchgezogene Linie) und das Endmodell (Punkte) dargestellt. Erwartungsgemäß wird der gute Leiter in der zweiten Schicht sehr gut angepasst, eine schlechtere Anpassung zeigt sich bei den Widerstandswerten der darunter liegenden Schichten.

In Analogie zum vorangegangenen Abschnitt wird für dieses Modell zunächst die Sensitivitätsmatrix dargestellt. Die Berechnung der Sensitivitäten erfolgt wiederum nach der Störungsmethode, wobei die Schichtmächtigkeiten nun nicht mehr variiert werden. Anders als in Gleichung 6.24 setzt sich der Datenvektor hier aus den Phasen und den Logarithmen der scheinbaren spezifischen Widerstände zusammen, so dass im Nenner von Gleichung 6.24 anstelle von $\Delta \mathbf{m}$ ein relativer Fehler steht. Abbildung 6.7 zeigt die Sensitivitätsmatrix für die Widerstände (links) und für die Phasen (rechts). Da die Schichtmächtigkeiten mit der Tiefe logarithmisch zunehmen, werden die Sensitivitäten durch die jeweilige Schichtdicke geteilt, wodurch eine Verzerrung durch die Diskretisierung vermieden wird. Auch hier werden die auf $[0,1]$ normierten Beträge dargestellt. Nulldurchgänge, wie sie bei den Phasen zu beobachten sind, können auf Vorzeichenwechsel zurückgeführt werden. Die Abbildung zeigt, dass mit längeren Perioden tiefer liegende Modellparameter sensitiv sind. Der gute Leiter liegt dabei zwischen der 7. und 20. Schicht und wird durch die Pfeile markiert. In diesem Bereich sind auch die Sensitivitäten groß und nehmen in den darunter liegenden Schichten ab.

Das in Abbildung 6.8 links dargestellte Singulärwertspektrum zeigt ein nahezu glattes Abklingverhalten. Wie z.B. in Menke [1984] beschrieben wird, existiert in manchen Fällen ein deutlicher Versatz im Kurvenverlauf des Singulärwertspektrums, so dass daraus ein *trunca-*

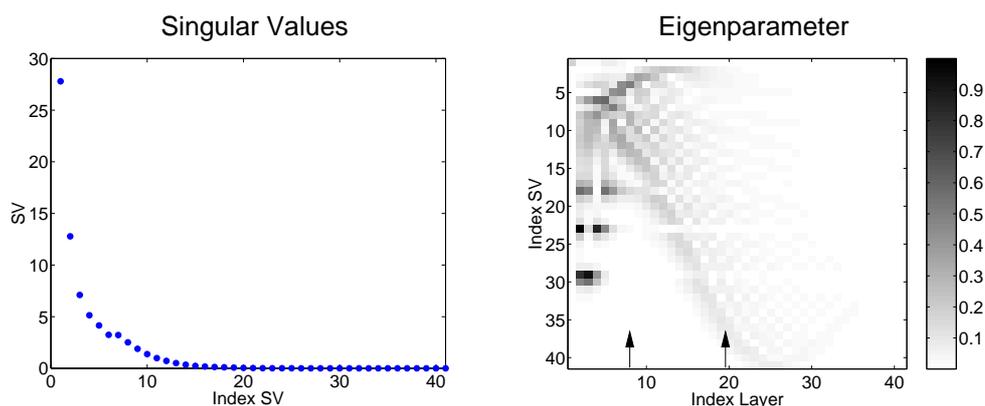


Abbildung 6.8: Links: Die Singulärwerte zeigen ein nahezu glattes Abklingverhalten. Rechts: Die Darstellung der Eigenparametermatrix zeigt, dass für das Inversionsmodell mit 40 Schichten nur noch Parameterkombinationen aufgelöst werden, die sich im Bereich des guten Leiters konzentrieren (Pfeile). Die großen Koeffizienten unterhalb des 15. Singulärwerts entsprechen kleinen Singulärwerten und tragen vernachlässigbar zur Auflösung bei.

tion level für die SVD abgeleitet werden kann. Ist das nicht der Fall, so muss ein anderes Kriterium gefunden werden, z.B. $\lambda_i/\lambda_{max} < \delta$, wobei δ , wie das Tikhonov'sche τ , als ein *trade off* - Parameter angesehen werden kann, der das Verhältnis zwischen Auflösung und Informationsverlust reguliert. Die mit den Schichtdicken normierte, betragsmäßige Darstellung der Eigenparametermatrix in der rechten Abbildung demonstriert, dass die Schichten nicht mehr unabhängig voneinander aufgelöst werden, sondern nun mehr Parameterkombinationen. Insgesamt konzentrieren sich die gut aufgelösten Kombinationen auch hier auf den guten Leiter (siehe Pfeile). Große Koeffizienten sind bei Eigenparametern sichtbar, die kleinen Singulärwerten entsprechen und deshalb gering zur Erklärung der Daten beitragen. Im Vergleich zur Darstellung der Eigenparameter für den 4-Schichtfall in Abbildung 6.3 rechts nimmt die Komplexität nun bereits deutlich zu. Ein noch komplizierteres Bild ergibt die Betrachtung der Eigendaten, weswegen sie hier nicht dargestellt werden.

Als nächstes wird in Abbildung 6.9 die Auflösungsmatrix, die Kovarianzmatrix und die Informationsdichtematrix dargestellt, die sich einmal nach den Gleichungen 6.17, 6.19 und 6.21 aus der Generalisierten Inversen berechnen (linke Spalte) und das andere Mal aus der *truncated* SVD berechnen (Gleichungen 6.18, 6.20 und 6.22, rechte Spalte). Als Abbruchkriterium bei der SVD wurde nach empirischen Untersuchungen $\delta = 0.15$ gesetzt. Die Auflösungsmatrizen zeigen, dass die Lage des guten Leiters recht gut mit dem aufgelösten Bereich übereinstimmt (siehe Pfeile). Die Auflösung wird hierbei umso fokussierter, je weniger Singulärwerte berücksichtigt werden. Wenn man die Auflösungsmatrix aus der Generalisierten Inversen ableitet, wird durch die gewählte Regularisierungsvorschrift eine Abhängigkeit zwischen den Parametern geschaffen, weswegen die Auflösungsmatrix in der linken Spalte insgesamt glatter erscheint und von der Form einer symmetrischen Matrix abweicht.

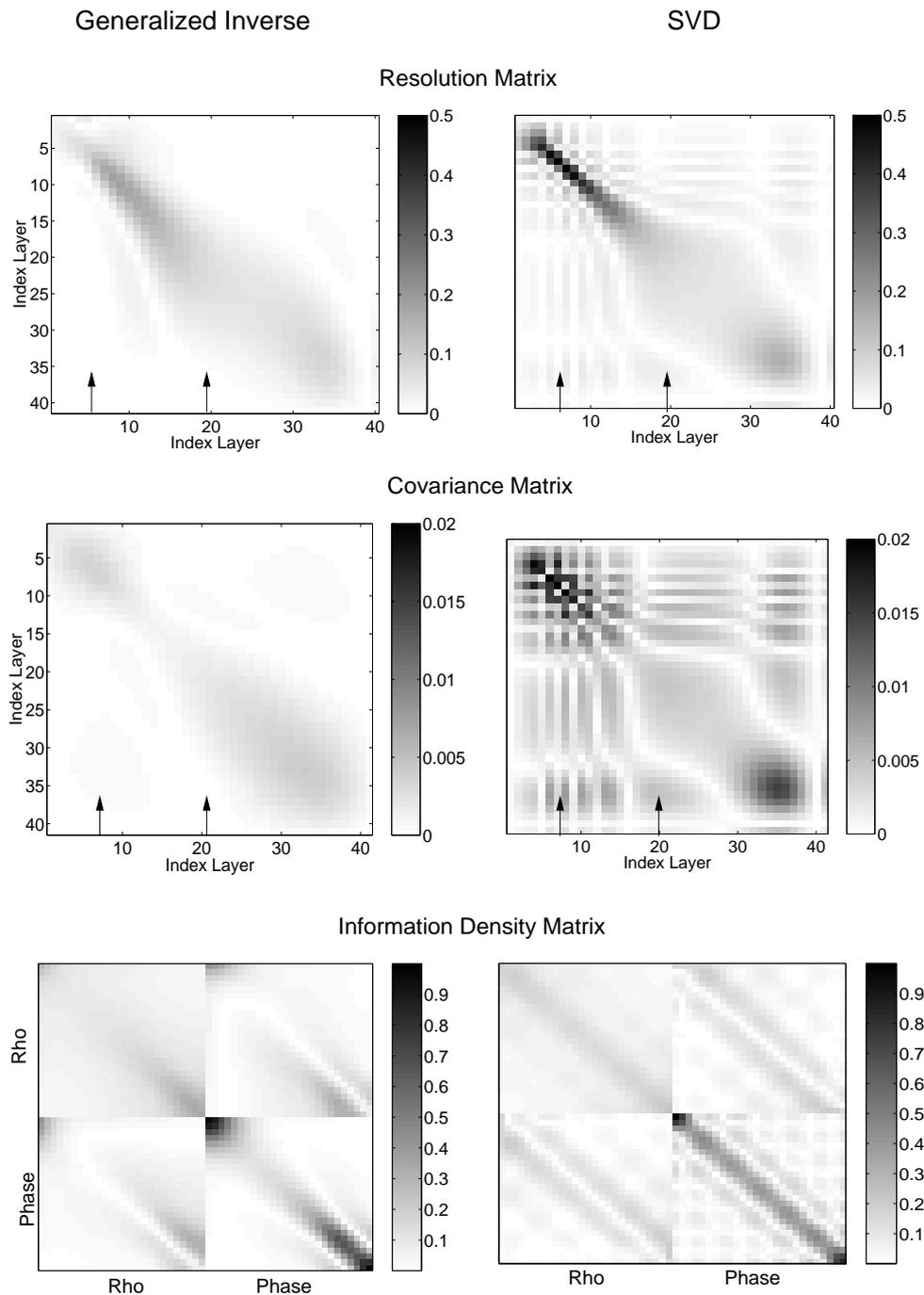


Abbildung 6.9: Die Abbildungen in der linken Spalte wurden mit Hilfe der Generalisierten Inversen berechnet, die Matrizen in der rechten Spalte leiten sich aus der SVD ab. Zur Darstellung wurden die Beträge verwendet. Oben: Beide Auflösungsmatrizen zeigen, dass der gute Leiter (Pfeile) gut aufgelöst wird. Mitte: Das Minimum der aus der Generalisierten Inversen abgeleiteten Kovarianzmatrix (links) korrespondiert mit der Lage des guten Leiters, dem somit ein kleiner Fehler zugeordnet wird. Bei der Berechnung der rechts abgebildeten Kovarianzmatrix wurden vermutlich bereits zu kleine Singulärwerte berücksichtigt, was sich in den Nulldurchgängen bemerkbar macht. Unten: Die Informationsdichtematrizen spiegeln wider, dass die kurzen und langen Perioden der Phase den größten Beitrag zur Auflösung beisteuern.

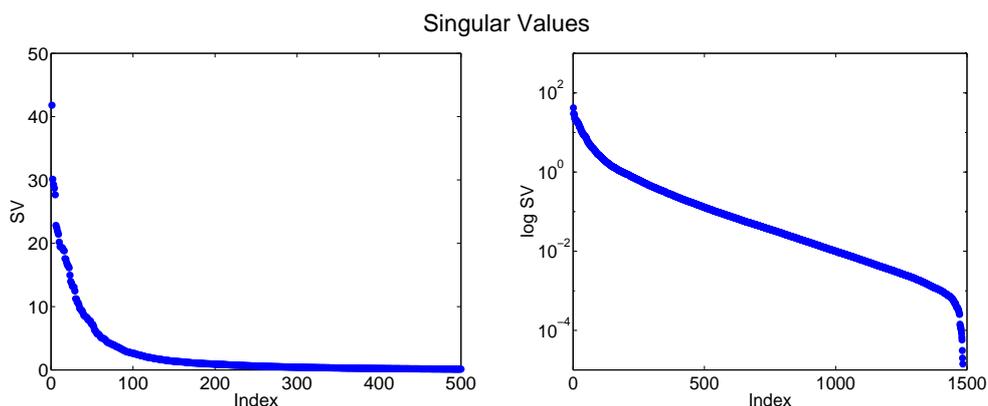


Abbildung 6.10: Singulärwertspektrum für das ANCORP-Modell in linearer (links) und halblogarithmischer Darstellung (rechts). Deutlich wird ein glatter Kurvenverlauf, wobei die Singulärwerte etwa bis zum 100. Wert exponentiell abnehmen.

Die Darstellung der Kovarianzmatrix spiegelt den Modellfehler wider und zeigt, dass besonders in der linken Abbildung der gut aufgelöste Leiter mit einem Minimum übereinstimmt. Die rechte Abbildung demonstriert, dass die berücksichtigten Singulärwerte eventuell bereits zu klein werden, um effektiv zur Auflösung beizutragen, was sich in den beobachtbaren Nulldurchgängen bemerkbar macht, da diese verschwinden, wenn weniger Singulärwerte verwendet werden.

Die Darstellung der Informationsdichtematrix (unten in Abbildung 6.9) entspricht inhaltlich der in Abbildung 6.5 unten für den 4-Schichtfall dargestellten Matrix. Die Hauptinformation steckt in den langen und kurzen Perioden der Phase, was bei beiden Berechnungsformen deutlich herauskommt.

6.4 SVD im 2D-Fall

In den vorangegangenen Abschnitten dieses Kapitels wurde gezeigt, dass die Darstellung der aus der SVD ableitbaren Größen mit zunehmender Komplexität des Problems unübersichtlich wird. Trotzdem soll nun der Versuch unternommen werden, diese Methode im zweidimensionalen Fall auf das ANCORP-Modell anzuwenden. Dazu wurde die SVD der mit dem Datenfehler normierten Sensitivitätsmatrix mit der Programm-Bibliothek LAPACK [Anderson et al., 1999] berechnet. Die Darstellung der Sensitivitätsmatrix selbst erfolgte bereits in Kapitel 5.1. Abbildung 6.10 zeigt das Singulärwertspektrum in linearer (links) und halblogarithmischer Darstellung (rechts). Auch hier zeigt sich ein glatter Kurvenverlauf, wobei die Singulärwerte bis zum 100. Index exponentiell abnehmen und dann sehr klein werden.

In Abbildung 6.11 werden verschiedene Eigenparameter im Modell dargestellt. Der 1., 5.,

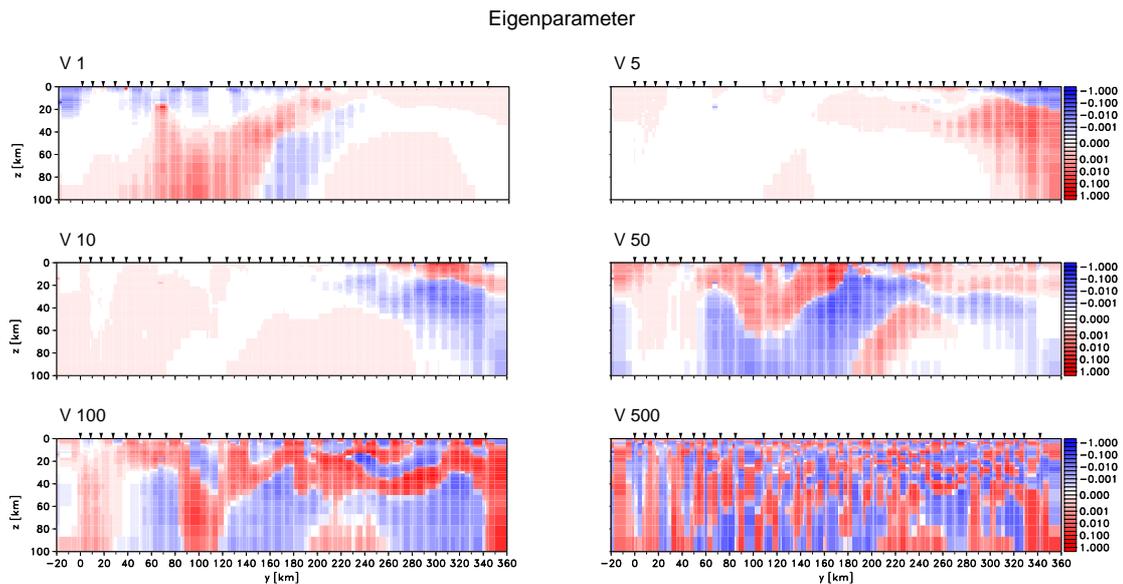


Abbildung 6.11: Darstellung verschiedener Eigenparameter für das ANCORP-Modell. Bis zum 100. Eigenparameter ist eine gewisse Systematik erkennbar. Bei Eigenparametern, die noch kleineren Singulärwerten entsprechen, lösen sich zusammenhängende Gebiete auf. Dies wird als Hinweis dafür angesehen, dass hier bereits zu kleine Singulärwerte berücksichtigt werden, die gering zur Auflösung beisteuern.

10. und 50. Eigenparameter zeigt dabei eine gewisse Systematik. Es gibt hier größere, zusammenhängende Gebiete, die sich bei dem 100. und 500. Eigenparameter zunehmend auflösen. Letztere entsprechen kleinen Singulärwerten und tragen deshalb nur gering zur Auflösung bei. Ein deutlicher Effekt ist bei der Darstellung des 1. Eigenparameters und etwas schwächer bei dem 5. Eigenparameter zusehen: Strukturell zeichnet sich hier der gute Leiter unter der Präkordillere bei Profilkilometer 70 durch hohe Koeffizienten ab.

Die Darstellung der kompletten Auflösungsmatrix, wie sie in den vorigen beiden Abschnitten im eindimensionalen Fall gezeigt wurde, ist für das ANCORP-Modell aufgrund der Dimension der gesamten Matrix (6644×6644) ungeeignet.⁶ In erster Näherung wird deshalb die Hauptdiagonale der Auflösungsmatrix im Modell dargestellt. Abbildung 6.12 zeigt die mit der Größe des entsprechenden Gitterelements und auf $[0,1]$ normierten Beträge der Hauptdiagonalen für verschieden viele Singulärwerte bzw. Eigenparameter, die bei der Berechnung von $\hat{\mathbf{R}}_{mm}$ berücksichtigt wurden. Auf den ersten Blick wird deutlich, dass man sich der Einheitsmatrix nähert, je mehr Singulärwerte in die Berechnung eingehen. Durch wenige Singulärwerte wird der gute Leiter unter der Präkordillere aufgelöst, sowie die gutleitenden Sedimente in den oberen Kilometern unter dem Altiplano und die Oberkante des Altiplanoleiters selbst. Bei der

⁶Für ein einfaches 2D-Modell mit wenigen Parametern stellt Weidelt [1975] die *kernels* (Zeilen der Auflösungsmatrix) für verschiedene Daten-Inputs dar und leitet daraus den Informationsinhalt der jeweiligen Konfiguration ab.

Resolution Matrix, Main Diagonal

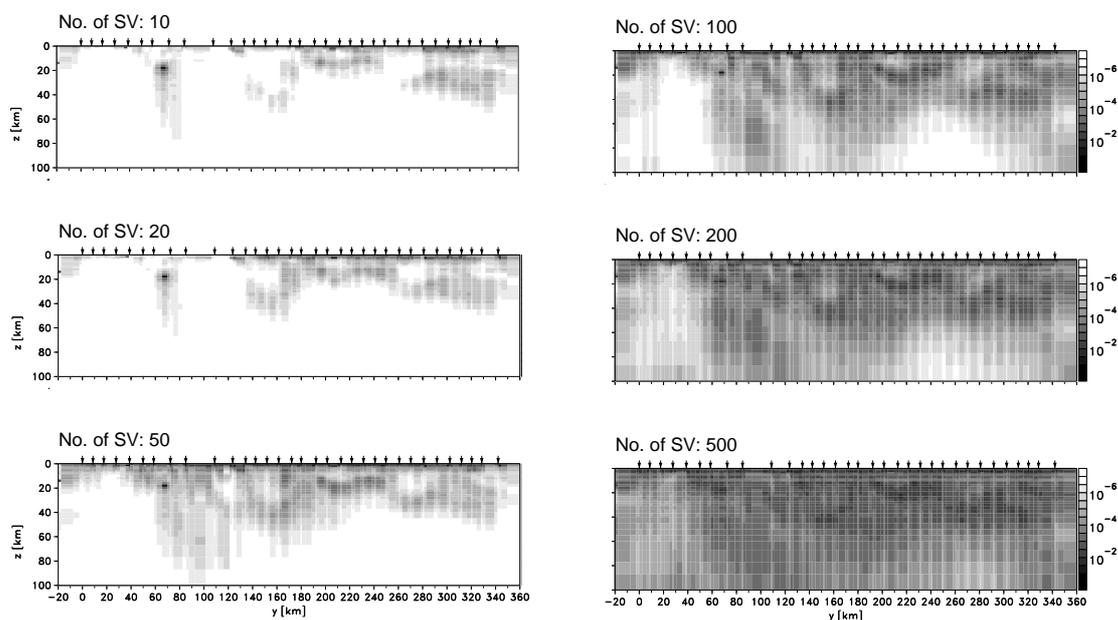


Abbildung 6.12: Hauptdiagonale der Auflösungsmatrix unter der Berücksichtigung einer unterschiedlichen Anzahl von Singulärwerten. Die Beträge wurden mit der Größe des entsprechenden Gitterelements gewichtet und auf $[0,1]$ normiert. Je mehr Singulärwerte in die Berechnung mit einfließen, umso mehr nähert man sich der Einheitsmatrix. Als gut aufgelöste Modellbereiche können der Präkordillereleiter bei Profilkilometer 70, die gut leitenden Sedimente in den oberen Kilometern unter dem Altiplano und die Oberkante des Altiplanoleiters selbst identifiziert werden.

Berücksichtigung von 50 bzw. 100 Singulärwerten zeigen die entsprechenden Abbildungen, dass zunehmend tiefere Bereiche aufgelöst werden, wobei das Längstal und die Unterseite des Altiplanoleiters weiß und damit schlecht aufgelöst bleiben, was die Sensitivitätsanalysen in Kapitel 5 ebenfalls ergeben. Die Verwendung wie vieler Singulärwerte sinnvoll ist, kann durch diese vergleichende Darstellung allein nicht entschieden werden und wird im Rahmen dieser Arbeit auch nicht weiter untersucht. Erfreulich war jedoch die Feststellung, dass auch durch die SVD die Existenz der leitfähigen Strukturen in der Präkordillere und unter dem Altiplano bestätigt werden konnte.

Kapitel 7

Diskussion

Die zweidimensionale Inversion der Magnetotellurik-Daten auf dem ANCORP-Profil und die auf das Inversionsergebnis angewendeten Sensitivitäts- und Auflösungsstudien ergaben die in Abbildung 7.1 dargestellte Verteilung des spezifischen Widerstands im Untergrund. Die 10^{-4} -Isolinie der in Abbildung 5.1 dargestellten Sensitivitäten wurde als Grenzwert ausgewählt, um die darunter liegenden Modellbereiche für die Interpretation auszublenden. Dieses Modell ist der Argumentation in Kapitel 2.3.2 und 4.2.1 zufolge ein *minimum structure model*, mit dem eine sehr gute Anpassung an die Daten erzielt wurde (siehe Abbildung 4.7 und Anhang A).

Das Modell zeigt hohe Widerstandswerte unter dem Längstal bis in große Tiefen und unter der vulkanischen Front in der Westkordillere bis in eine Tiefe von ca. 25 km ($\rho > 1000 \Omega\text{m}$). Unter der Präkordillere existiert bei $\sim 69^\circ$ W ein lokalisierter guter Leiter in einer Tiefe von ca. 15 km mit Widerstandswerten $\leq 1 \Omega\text{m}$. Die Sensitivitäts- und Auflösungsstudien zeigen, dass diese Struktur gut durch die Daten belegt ist. Außerdem stimmt diese Anoma-

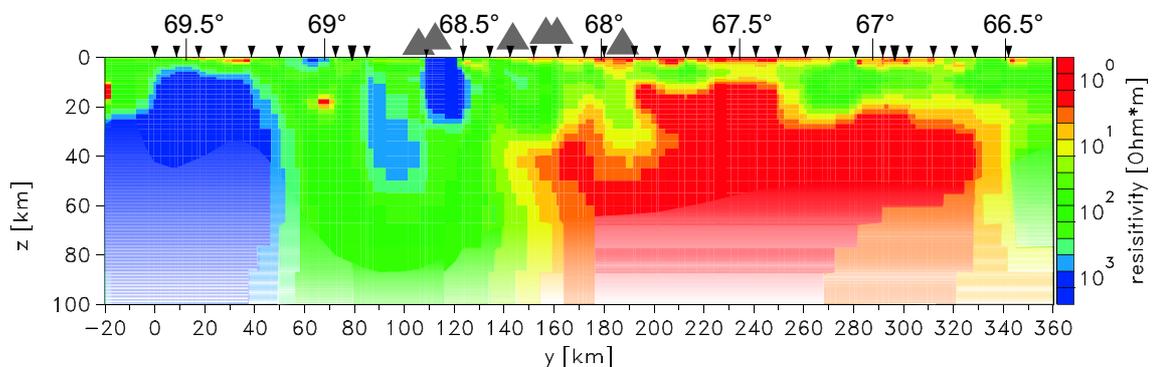


Abbildung 7.1: Widerstandsmodell auf dem ANCORP-Profil bei 21° S. Modellbereiche, die unterhalb der 10^{-4} -Isolinie der totalen Sensitivitäten liegen (siehe Abbildung 5.1), wurden graduell ausgeblendet, da sie als schlecht aufgelöst angesehen werden sollten.

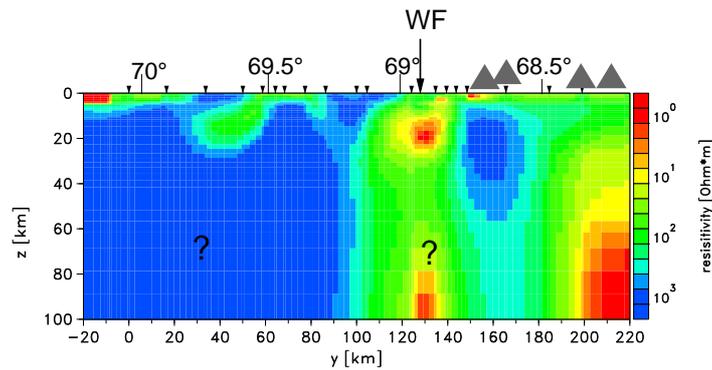


Abbildung 7.2: Reinterpretation des von Echternacht [1998] analysierten Datensatzes auf dem Pica-Profil (siehe Abbildung 4.1). Zur Modellierung wurde hier ebenfalls der 2D-Inversionscode von Mackie et al. [1997] verwendet.

lie gut mit den Ergebnissen von Echternacht [1998] auf dem Pica-Profil bei 20.5° S überein (siehe Abbildung 7.2). Das dominante Ergebnis ist ein sehr guter Leiter unter dem Altiplano ($\rho < 1 \Omega\text{m}$), der im Vergleich zu dem Leiter unter der Präkordillere eine große laterale Ausdehnung von ~ 150 km aufweist. Während dieser Leiter in horizontaler Richtung recht eindeutig aufgelöst werden kann, ist die vertikale Auflösung limitiert. Die in Kapitel 5.2 durchgeführten Sensitivitätsstudien lassen auf eine Ausdehnung bis in untere Krustenbereiche schließen, doch muss dieser Tiefenbereich als schlecht aufgelöst angesehen werden. Mit hoher Wahrscheinlichkeit kann jedoch ausgeschlossen werden, dass die Widerstandswerte im Tiefenbereich unter ~ 70 km mehr als $10 \Omega\text{m}$ betragen. Um genauere Aussagen machen zu können, ist eine Erweiterung des Periodenbereichs auf mehr als 10^5 s erforderlich, wozu eine stationäre Messdauer von mehreren Monaten erforderlich wäre. Die überwiegend vertikal stehenden Leitfähigkeitsgrenzen, die das Modell in Abbildung 7.1 aufweist, sollten bei der Interpretation nicht überbewertet werden, sondern sind vorrangig eine Begleiterscheinung, die durch die verwendete Regularisierung zustande kommt.

Im Anhang **B** werden einige Alternativmodelle für den Altiplano vorgestellt, die unter der Annahme verschiedener A-priori-Informationen berechnet wurden und eine vergleichbare Anpassung an die Daten ergeben wie das Ausgangsmodell. Da im Rahmen dieser Arbeit entsprechend der Occam'schen Philosophie glatte Modelle bevorzugt werden, mit denen die Daten optimal angepasst werden können (siehe Kapitel 2) und die Annahmen, die den Alternativmodellen zugrunde liegen, jedoch subjektiver Art sind, wird das Modell in Abbildung 7.1 als Interpretationsgrundlage vorgeschlagen.

In Übereinstimmung mit dem Modell von Echternacht [1998] zeichnet sich weder die vulkanische Front noch die abtauchende Platte durch hohe Leitfähigkeiten ab (Abbildung 7.1 und 7.2). Im Gegenteil, die Widerstandswerte sind hoch unter der Westkordillere, was durch das

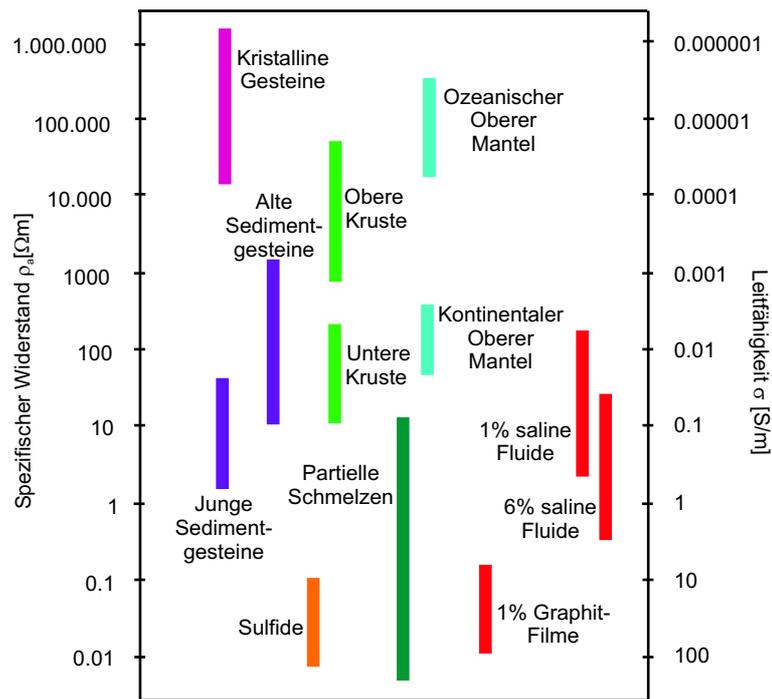


Abbildung 7.3: Variationen des spezifischen Widerstands bzw. der Leitfähigkeit in der Natur vorkommender Gesteine [modifiziert nach Haak and Hutton, 1986, Jones, 1992].

Modell von Schwarz and Krüger [1997] bei 22° S nicht bestätigt werden kann. Dort befindet sich in ca. 30 km Tiefe ein guter Leiter mit Widerstandswerten $< 2 \Omega\text{m}$, der unter dem Altiplano aufsteigt. Möglicherweise ist das Ausbleiben des miozänen/holozänen Vulkanismus zwischen 19.5° und 21° S [Wörner et al., 1994] eine Ursache dafür. Auch in den tomographischen Schnitten des seismischen Gütefaktors Q_p ist eine graduelle Abnahme von S nach N zu beobachten, was auf eine in nördliche Richtung geringer werdende Dämpfung schließen lässt.

An den Prozessen, die im Zusammenhang mit der subduzierten Platte ablaufen, sind zwar maßgeblich Fluide beteiligt (kompaktionsbedingte Entwässerungsprozesse bis in ca. 20 km Tiefe, Hydrations- und Dehydrationsprozesse ab ~ 70 km Tiefe) und stellen somit ein potentielles Ziel elektromagnetischer Untersuchungen dar. Allerdings verhindert der tiefe Ozean, der einen extrem guten Leiter darstellt ($\rho \sim 0.25 \Omega\text{m}$), dass die elektrischen Felder bis in den relevanten Tiefenbereich eindringen können. Von A. Chave und J. Booker (pers. Mitt.) durchgeführte Modellstudien haben ergeben, dass der Effekt, den ein gutleitender *slab* verursachen würde, durch *off shore* - Messungen deutlich nachgewiesen werden kann, während der Einfluss *on shore* gering oder vernachlässigbar ist.

Welche Ursachen kann die beobachtete hohe Leitfähigkeit unter der Präkordillere und unter dem Altiplano haben? Betrachtet man die in Abbildung 7.3 dargestellte Variation der Widerstandswerte, so sieht man, dass die Werte über mehrere Größenordnungen verteilt sind. Unter der Annahme einer „normalen“ Erde kann bei den Gesteinen der oberen bis mittleren

kontinentalen Kruste (vorrangig Sedimente und Metamorphite) eine Zunahme der Widerstandswerte mit der Tiefe beobachtet werden. Sinnvolle Werte liegen dabei im Bereich von etwa 10^1 - 10^6 Ωm . Ähnliche Werte können mitunter für die untere Kruste und den oberen Mantel (in erster Linie metamorphe bzw. magmatische Gesteine) angenommen werden. Oft wird jedoch auch eine Abnahme der Widerstandswerte in der untere Kruste beobachtet [z.B. Haak and Hutton, 1986]. Hohe Leitfähigkeiten weisen saline Fluide, partielle Schmelzen sowie Erze (hier in erster Linie Sulfide) und Graphite auf. Die entsprechenden Widerstandswerte decken hier den Bereich zwischen ~ 10 und < 0.01 Ωm ab. Damit sind die Kandidaten zur Erklärung hoher Leitfähigkeiten nominiert.

Die folgenden Ausführungen sind an die Untersuchungen von Schilling et al. [1997] für die von Schwarz and Krüger [1997] postulierte Leitfähigkeitsanomalie unter der Westkordillere bei 22° S angelehnt. Zwar werden die Anomalien auf dem ANCORP-Profil nicht in der **WC** beobachtet, doch liegen die Widerstandswerte in vergleichbarer Größenordnung, so dass die Diskussion doch in bezug auf die Ergebnisse dieser Arbeit fortgeführt werden kann. Geht man davon aus, dass die oben erwähnten Kandidaten durch 2-Phasensysteme beschrieben werden können, nämlich durch eine in der Regel schlechtleitende Gesteinsmatrix und prinzipiell gutleitenden Beimengungen, so hängt die Leitfähigkeit des gesamten Volumens maßgeblich von der Konnektivität der leitenden Phase ab [z.B. Shankland and Ander, 1983].

Um die Leitfähigkeitsstruktur unter dem Altiplano mit erzführenden Gesteinen zu erklären, müsste man ein entsprechendes Gesteinsvolumen von einigen Tausend km^3 annehmen, wobei die leitende Phase zudem noch vernetzt sein muss. Diese Annahme erscheint extrem unrealistisch und wird deshalb von der Diskussion ausgeschlossen. Der Versuch, den Präkordillereleiter auf Erzkörper zurückzuführen, könnte durch die Nähe der West Fissure motiviert werden. Entlang dieses Störungssystems sind die weltweit größten sulfidischen Kupfervorkommen aufgeschlossen, die allerdings vom porphyrischen Typ und damit keine potentiell guten Leiter sind. Aus anderen geophysikalischen Beobachtungen können darüberhinaus keine Hinweise abgeleitet werden, die diesen Verdacht erhärten.

Dünne Graphitfilme, deren Ausbildung entlang von Scherzonen beobachtet wird, können die elektrische Leitfähigkeit um mehrere Größenordnungen erhöhen [Duba and Shankland, 1982, Haak et al., 1991, Jödicke, 1992]. Die Existenz von Graphit steht jedoch im Widerspruch zu anderen geophysikalischen Ergebnissen. So würde Graphit an Korngrenzen die von Wigger et al. [1994] beobachtete Niedriggeschwindigkeitszone unter der Westkordillere und dem Altiplano nicht erklären. Dazu müsste man entweder eine tief zerklüftete Zone annehmen [Schmitz et al., 1997], die wiederum in Widerspruch zum duktilen Charakter der unteren Kruste stehen würde [Giese, 1994], oder eine felsische Zusammensetzung der Kruste voraussetzen, wie sie von Zandt et al. [1994], Beck et al. [1996] und Swenson et al. [2000] gefordert wird.

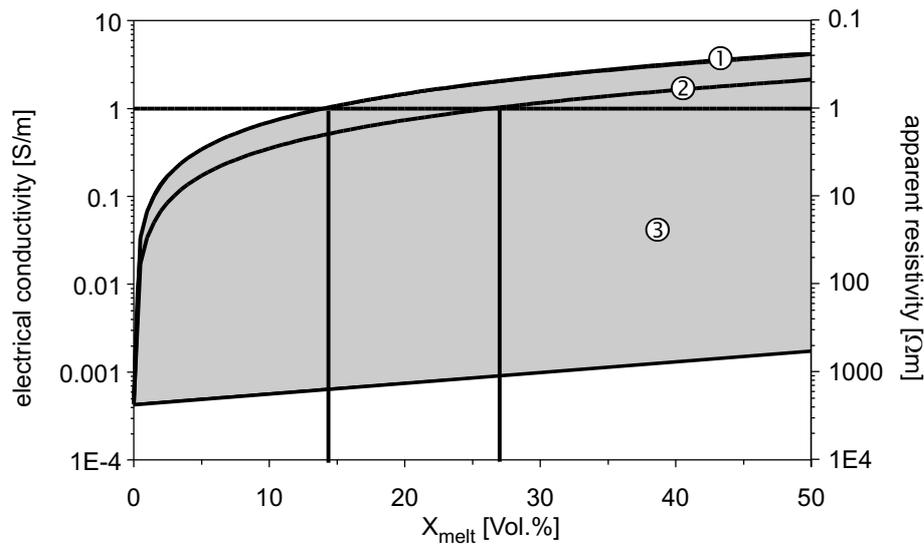


Abbildung 7.4: Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit vom Volumenanteil partieller Schmelzen für $\sigma_{\text{melt}} = 10 \text{ S/m}$ (Kurve 1) und $\sigma_{\text{melt}} = 5 \text{ S/m}$ (Kurve 2). Zum Vergleich wurde die obere und untere Hashin-Shtrikman-Grenze für $\sigma_{\text{melt}} = 10 \text{ S/m}$ durch die grau schattierte Fläche (3) gekennzeichnet. Um eine Leitfähigkeit von 1 S/m zu erreichen, wird ein Schmelzanteil zwischen $14\text{-}27\%$ benötigt [aus Schilling et al., 1997].

Fluide werden von Echternacht [1998] im Zusammenhang mit der beobachteten Leitfähigkeitsanomalie in der Präkordillere diskutiert. Durch Dehydrationsprozesse über der abtauchenden Platte kommt es zur Freisetzung von Fluiden, die in obere Krustenstockwerke aufsteigen und/oder eventuell in der vermutlich tief reichenden West Fissure ihre Wegsamkeiten finden. Zur Erklärung des Altiplanoleiters müsste man nach Schilling et al. [1997], ähnlich wie bei 22° S , einen mindestens 5% igen Volumenanteil von vernetztem Porenraum annehmen, der unter den Druck/Temperatur-Bedingungen allerdings nicht stabil wäre. Die Fluide würden sich nicht in der mittleren Kruste halten, sondern rasch aufsteigen. Im Tiefenbereich von ca. $30\text{-}40 \text{ km}$ wird dem Temperaturmodell von Springer [1999] zufolge der Solidus überwiegend felsisch zusammengesetzter Gesteine ($\sim 600^\circ \text{ C}$) unter dem Altiplano erreicht (siehe Abbildung 3.6), d.h. hier würde die Anwesenheit von Fluiden die Entstehung von partiellen Schmelzen begünstigen.

Partielle Schmelzen können sowohl die beobachtete Leitfähigkeitsanomalie unter dem Altiplano als auch viele der sonstigen beobachteten geophysikalischen Phänomene erklären. Schmelzversuche an Gesteinen im Labor und Modellkalkulationen für verschiedene Schmelzkonfigurationen wurden von Schilling et al. [1997] durchgeführt. In Abbildung 7.4 sind die berechneten Leitfähigkeiten in Abhängigkeit vom prozentualen Schmelzanteil dargestellt. Kurve 1 bezieht sich auf eine Schmelze mit der Leitfähigkeit 10 S/m (bzw. mit dem Widerstand $0.1 \text{ } \Omega\text{m}$), bei Kurve 2 beträgt $\sigma_{\text{melt}} = 5 \text{ S/m}$ (bzw. $\rho_{\text{melt}} = 0.2 \text{ } \Omega\text{m}$). Die grau schattierte Fläche (3) kennzeichnet die obere und untere Hashin-Shtrikman-Grenze, die ein Maß für die Beziehung

zwischen Leitfähigkeit und Schmelzanteil bei vollständiger Vernetzung bzw. vollständiger Isolation des geschmolzenen Anteils ist. Eine gute Übereinstimmung zeigt sich dabei zwischen der oberen Hashin-Shtrikman-Grenze mit der berechneten Kurve, wenn $\sigma_{\text{melt}} = 10 \text{ S/m}$ beträgt. Aus der Abbildung ist ersichtlich, dass ein Schmelzanteil von 14-27 Vol.% benötigt wird, um eine Leitfähigkeit von 1 S/m zu erreichen. Da die modellierten Leitfähigkeiten des Altiplanoleiters ($\sigma > 1 \text{ S/m}$) von vergleichbarer Größenordnung sind, scheint es zulässig zu sein, diese Angaben auf den hier betrachteten Fall zu übertragen. Für die oberen 10-20 km stehen partielle Schmelzen im Widerspruch zu Springer's Temperaturmodell, da der Solidus erst in größeren Tiefen erreicht wird, wobei die Datenbasis insbesondere für den Altiplano als unzureichend angesehen werden muss.

Aus der Arbeit von Schilling et al. [1997] können auch Rückschlüsse auf die Herkunft der Schmelzen entnommen werden. Basaltische Schmelzen können vernachlässigt werden, da sie sich aufgrund ihrer vergleichsweise hohen Mobilität nicht in der Kruste halten würden. Eine mögliche Erklärung, warum die Schmelzen nicht bis an die Erdoberfläche aufdringen, sehen Schilling et al. [1997] in einem Druckabfall, der durch die - wenn auch geringere - Beweglichkeit felsisch zusammengesetzter Schmelzen bedingt wird, der wiederum zur Erhöhung des Solidus führen würde. Die damit einhergehende Rekrystallisation verhindert den Aufstieg in die oberere Kruste bzw. bis an die Erdoberfläche und könnte damit erklären, warum der Altiplanoleiter in der mittleren Kruste endet.

Die Konzentration der geophysikalischen Arbeiten um den 21. Breitengrad ermöglicht nun einen direkten Vergleich der Resultate. In Kapitel 3.2 wurde bereits ein Teil der Ergebnisse im Untersuchungsgebiet vorgestellt. Auffällig ist dabei eine Akkumulation anomalen Verhaltens in der mittleren Kruste unter dem Altiplano.

Auf eine gute Korrelation zwischen den starken Reflektoren, die sich aus dem reflexionsseismischen ANCORP-Datensatz ergeben haben (M. Stiller, pers. Mitt.), und der Oberkante des guten Leiters ist bereits in Kapitel 5.3 hingewiesen worden. Partielle Schmelzen sind potentiell in der Lage, die hohen Reflexionskoeffizienten zu erzeugen. Desweiteren existiert unter dem Altiplano eine aus Weitwinkelreflexionen abgeleitete Niedriggeschwindigkeitszone in einer Tiefe von $\sim 8-15 \text{ km}$ (Abbildung 3.2), die ebenfalls durch eine geschwächte, womöglich partiell aufgeschmolzene Kruste hervorgerufen sein könnte [Lüth, 1999].

Die aus P- zu S-Wellen konvertierten teleseismischen Signalen abgeleiteten *Receiver Functions* (Abbildung 3.4) zeigen einen negativen Kontrast in der mittleren Kruste zwischen 22° S und 24° S . Yuan et al. [2000] interpretieren diesen Bereich durch eine partiell aufgeschmolzene Zone, die durch die Unterführung des Brasilianischen Schilds unter das Altiplano-Puna-Plateau verursacht wird. Die Lage der **ALVZ** wurde in Abbildung 5.7 gemeinsam mit dem Leitfähigkeitsmodell und den seismischen Reflektoren dargestellt.

Der Verteilung des seismischen Gütefaktors Q_p lässt bei 21° S aufgrund mangelnder Datenüberdeckung keine eindeutigen Schlüsse für den zentralen und östlichen Altiplano zu (siehe Abbildung 3.3). Auf tomographischen Schnitten weiter südlich deutet sich jedoch an, dass sich Bereiche mit niedrigen Q_p auch weiter unter dem Altiplano fortsetzen, was als ein weiteres Indiz für eine geschwächte Kruste angesehen werden kann, wobei insgesamt eine graduelle Abnahme der seismischen Dämpfung von S nach N zu beobachten ist [Haberland, 1999].

Die Wärmeflussdichte beträgt nach Springer [1999] unter der Westkordillere und unter dem Altiplano ~ 100 mW/m². Dem daraus berechneten Temperaturmodell (Abbildung 3.6) ist zu entnehmen, dass der Solidus felsisch dominierter Gesteine (Granit: $\sim 600^\circ$ C) im Backarc in einer Tiefe von ca. 40 km erreicht wird, was somit die Entstehung partieller Schmelzen in dieser Tiefe begünstigen sollte. Zur Erklärung der hohen Leitfähigkeit im Tiefenbereich von ca. 10-30 km ist Springer's Temperaturmodell eher ungeeignet. Entweder muss hier ein höherer Temperaturgradient angenommen werden, um die Entstehung von partiellen Schmelzen zu begünstigen oder in diesem Tiefenbereich sind möglicherweise andere Leitfähigkeitsmechanismen wirksam.

Mit dem ausgeprägten Bouguer-Schwereminimum von -450 mgal unter der **WC** und dem Altiplano kann die anomale Krustendicke erklärt werden. Nach Abzug der Krustenwirkung zeigt das isostatische Restfeld ein lokales Maximum von 30 mgal auf dem Altiplano [Götze and Kirchner, 1997]. Als Ursache für dieses Maximum können lokale Körper mit einem positiven Dichtekontrast in einer Tiefe von wenigen Kilometern angenommen werden (H.J. Götze, pers. Mitt.). In diesem Fall tragen die gravimetrischen Modelle nicht zum anomalen Verhalten in der mittleren Kruste unter dem Altiplano bei 21° S bei. Aber auch ein ausgedehnter Körper größerer Dichte in etwa 20-30 km Tiefe könnte das isostatische Restfeld erklären (H. Brasse und P. Giese, pers. Mitt.), wobei dieser Körper entweder mafischer Zusammensetzung oder nach Clemens and Droop [1998] durch partielle Schmelzen granitischer bis intermediärer Gesteine bei Fluidbeteiligung hervorgerufen sein könnte.

Aus refraktionsseismischen Messungen zwischen 21° und 23° S leiten Schmitz et al. [1997] anomal niedrige Durchschnittsgeschwindigkeiten von 5.9-6.0 km/s unter dem magmatischen Bogen und unter dem Altiplano ab. Die daraus ermittelte Geschwindigkeits-Dichte-Relation für eine „normal“ zusammengesetzte Kruste kann das beobachtete Schwereminimum von -450 mgal nicht erklären. Wird ein Schmelzanteil von 10-20 Vol.% für die tiefe Kruste berücksichtigt, so kann die Relation zugunsten der beobachteten seismischen Geschwindigkeiten und Dichtewerte modifiziert werden [Schmitz et al., 1997].

Aus seismischen Breitbandregistrierungen zwischen 17° und 20° S im Rahmen des BANJO und SEDA-Projekts schließen Swenson et al. [2000] auf ein relativ kleines Poisson-Verhältnis ($\sigma_{\text{crust}} = 0.25$), niedrige Durchschnittsgeschwindigkeiten ($v_p=5.57-6.25$ km/s) in der Kruste und eine Krustenmächtigkeit von 60-65 km. Daraus folgern sie eine felsische, quarzreiche

Komposition der Gesteine im Untergrund, was durch Labormessungen unterstützt werden kann. Ein geringer Anteil partieller Schmelzen wird von ihnen nicht ausgeschlossen, doch argumentieren sie, dass ein Anteil von $\sim 15\%$, wie er von Schmitz et al. [1997] gefordert wird, ein höheres Poisson-Verhältnis zur Folge haben würde. Als weiteres Indiz, dass Schmelzen nicht die Hauptursache sein können, geben sie die Existenz von Scherwellen und die Abwesenheit von rezemem Vulkanismus an. Obwohl das herrschende Temperaturfeld die Entstehung von partiellen Schmelzen felsischer Herkunft bei Anwesenheit von Fluiden in der mittleren bis unteren Kruste begünstigen würde, argumentieren sie, dass die Kruste noch keine Zeit zum Aufschmelzen hatte, wenn man nur tektonische Verdickung als Ursache für die Entstehung von Schmelzen annimmt. Für diesen Prozess setzten sie einen Zeitraum von einigen 10 Ma an. Die wesentliche Krustenverdickung setzte jedoch erst im späten Oligozän vor ca. 24 Ma ein [Lamb and Hoke, 1997, Allmendinger et al., 1997]. Nimmt man jedoch zusätzlich ein gewisses Maß an magmatischen Input an, so sollte das partielle Aufschmelzen der unteren Kruste beschleunigt werden (P. Giese, pers. Mitt.).

Kann eine felsische, quarzreiche Kruste die hohe Leitfähigkeit unter dem Altiplano erklären? In der Literatur findet man für Quartzite und Granite Widerstandswerte in der Größenordnung von $10^3 - 10^5 \Omega\text{m}$ [Kobranova, 1989]. Auch wenn ein geringer Anteil partieller Schmelzen angenommen wird, wie von Swenson et al. [2000] vorschlagen, reicht das nicht aus, um die beobachtete elektrische Anomalie zu erklären (siehe Abbildung 7.4). Zur Erklärung der Anomalie muss die Existenz einer vernetzten leitenden Phase angenommen werden. Ein Modell, welches alle aufgeführten Beobachtungen auf dem Altiplano erklärt, existiert zum jetzigen Zeitpunkt nicht. Große Übereinstimmungen gibt es in der Annahme partieller Schmelzen.

Insbesondere für die oberen 10-20 km des Altiplanoleiters könnte eventuell auch eine stark zerklüftete, fluidreiche Kruste als Ursache der hohen Leitfähigkeit diskutiert werden. Zur Erklärung der erforderlichen Leitfähigkeit von $> 1 \text{ S/m}$ müsste hierbei jedoch eine komplizierte Abhängigkeit von Druck, Temperatur, Porosität, Porengeometrie, Salinität des fluidgefüllten Porenraums und darüberhinaus die Kongruenz mit den anderen geophysikalischen Ergebnissen untersucht werden.

Schlussfolgerungen

Die aus 2D-Modellierungen abgeleitete Leitfähigkeitsstruktur unter den Zentralen Anden bei 21° S wird durch einen in O-W-Richtung begrenzten, guten Leiter unter der Präkordillere und einen demgegenüber lateral ausgedehnten, sehr guten Leiter unter dem südbolivianischen Altiplano charakterisiert. Die vulkanische Front unter der Westkordillere kennzeichnen hohe Widerstandswerte. Durch die Anwendung von Sensitivitäts- und Auflösungsstudien konnte folgendes gezeigt werden:

-
- Unter der Annahme, dass die im Zusammenhang mit der abtauchenden Platte stattfindenden Prozesse elektrisch wirksam sind, können diese unter dem Längstal aufgrund mangelnder Auflösung durch die Daten nicht abgebildet werden.
 - Der gute Leiter unter der Präkordillere in einer Tiefe von ca. 15 km ist ein hoch sensitiver und gut aufgelöster Bestandteil des Modells.
 - Ein Korrelationsversuch zwischen dem Quebrada Blanca Bright Spot mit einer gut leitfähigen Struktur fällt negativ aus.
 - Die innere Struktur des Altiplanoleiters kann nicht aufgelöst werden. Seine vertikale Ausdehnung reicht vermutlich bis in die untere Kruste in eine Tiefe von ca. 60 km. In größeren Tiefen nimmt die Auflösung ab. Systematische Untersuchungen weisen jedoch darauf hin, dass die Widerstände darunter weniger als 10 Ωm betragen.

In Übereinstimmung mit Echternacht [1998] wird die Existenz des Präkordillerenleiters auf Fluidansammlungen in dem entsprechenden Tiefenbereich zurückgeführt. Als plausible Erklärung für den Altiplanoleiter kann aus der gemeinsamen Interpretation der Arbeiten im SFB 267 eine partiell aufgeschmolzene, überwiegend felsisch zusammengesetzte Kruste angenommen werden, wobei Fluide mit Sicherheit maßgeblich zur Schmelzbildung beitragen. Für den Tiefenbereich von ca. 10-30 km bleibt ein Widerspruch mit dem Temperaturmodell von Springer [1999] zu klären, demnach der Solidus in dieser Tiefe noch nicht erreicht wird.

Auch wenn die verschiedenen geowissenschaftlichen Disziplinen, die bislang zur Entwicklung von Modellen eingesetzt wurden, welche den Zustand im tieferen Untergrund der südlichen Zentralanden abbilden, auf abweichende oder sogar gegensätzliche Ergebnisse führen, so stellt die interdisziplinäre geowissenschaftliche Forschung doch den richtigen Weg dar, um die nicht nur in den Anden, sondern auch generell im Erdkörper ablaufenden Prozesse besser zu verstehen. Die Anforderungen, die an die jeweiligen Verfahren zu stellen sind, umfassen eine sorgfältige Modellierung und kritische Betrachtung der Ergebnisse, wozu die in dieser Arbeit entwickelten und angewendeten Sensitivitäts- und Auflösungsstudien beitragen können.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der zweidimensionalen Modellierung magnetotellurischer Daten aus den Zentralen Anden bei 21° S. Ziel war es, ein Leitfähigkeitsmodell zu entwickeln, das zum einen die gemessenen Daten erklärt und zum anderen einen Beitrag zum Verständnis der geodynamischen Prozesse liefert, die an dem aktiven Kontinentalrand Südamerikas seit etwa 200 Ma ablaufen.

Zur Modellierung der Daten wurde der 2D-Inversionsalgorithmus von Mackie et al. [1997] verwendet. In einem iterativen Vorgang wird aus scheinbaren spezifischen Widerständen und Phasen der E- und B-Polarisation die gesuchte Leitfähigkeitsverteilung diskret berechnet. Diese Aufgabe ist im Sinne von Hadamard [1923] schlecht gestellt, so dass zusätzliche Bedingungen aufgestellt werden müssen, um eine sinnvolle Lösung ableiten zu können. In der Literatur wird dies als Tikhonov-Regularisierung bezeichnet [Tikhonov and Arsenin, 1979]. Bei den in der Magnetotellurik standardmäßig verwendeten Inversionsprogrammen werden diese Bedingungen in der Regel durch Differenzenoperatoren realisiert, die über benachbarte Gitterelemente mitteln. Das Verhältnis zwischen der dadurch entstehenden Glättung einerseits und der Modellanpassung andererseits wird durch einen Regularisierungsparameter gesteuert, von dem das Inversionsergebnis stark abhängt. Durch systematische Untersuchungen gelang es, hier einen optimalen *trade off* - Parameter zu ermitteln. Das unter diesen Annahmen berechnete *minimum structure model* [de Groot-Hedlin and Constable, 1990] ist eindeutig. Allerdings existieren beliebig viele andere Modelle, die die Daten in einem gewissen Toleranzbereich erklären können, so dass weitere Untersuchungen nötig sind, die als Sensitivitäts- und Auflösungsstudien überschrieben wurden, um die Validität des Ergebnisses zu überprüfen.

Zur Inversion der Daten auf dem ANCORP-Profil bei 21° S wurden Daten von 33 Stationen im Periodenbereich von 18-17.500 s verwendet. Damit werden die morphologischen Einheiten unter dem Längstal, der Präkordillere, der Westkodillere und unter dem Altiplano bis in einen Tiefenbereich von zum Teil mehr als 100 km erfasst. Die 2D-Annahme bei der Modellierung konnte durch eine Dimensionalitätsanalyse mit Einschränkungen bestätigt werden. Das Ergebnis ist ein Widerstandsmodell, mit dem sich eine sehr gute Anpassung an die gemessenen Daten erzielen lässt. Dieses Modell ergibt das folgende Bild bezüglich der Verteilung des

elektrischen Widerstands im Untergrund:

- Im Forearc und Arc sind die Widerstände insgesamt höher als im Backarc.
- Die subduzierte Platte zeichnet sich nicht durch eine Zone hoher Leitfähigkeit im Modell ab. Dieses Ergebnis stimmt mit den Berechnungen von Echternacht et al. [1997] auf dem Pica-Profil bei 20.5° S überein.
- Unter der Präkordillere erscheint in etwa 15 km Tiefe ein ca. 10-15 km breiter, guter Leiter, der ebenfalls 60 km nördlich auf dem Pica-Profil gesehen wird. Eine mögliche Erklärung für die stark erhöhte Leitfähigkeit wird in der Ansammlung von Fluiden gesehen, die durch den Subduktionsprozess freigesetzt werden und eventuell in der nahe gelegenen West Fissure eine Aufstiegsbahn finden.
- Wiederum in Übereinstimmung mit Echternacht et al. [1997] korreliert die vulkanische Front in der Westkordillere mit einem schlechten Leiter. Weiter südlich, auf einem Profil bei 22° S, kann dieses Ergebnis nicht bestätigt werden. Schwarz and Krüger [1997] sehen dort einen guten Leiter unter der Westkordillere. Es wird angenommen, dass hier eine Verbindung zu dem so genannten Pica-Gap, einer Lücke im rezenten Vulkanismus zwischen etwa 19.5° und 21° S [Wörner et al., 1994], besteht. Desweiteren könnte die Zunahme des seismischen Gütefaktors Q_p in nördlicher Richtung Hinweise auf eine geringere magmatische Tätigkeit liefern.
- Die oberen Kilometer unter dem Altiplano werden von gutleitenden jüngeren Sedimenten und ebenfalls gutleitenden kleineren Salaren beherrscht.
- Das markanteste Ergebnis ist ein lateral ausgedehnter, sehr guter Leiter unter dem Altiplano, der als die größte, bislang bekannte Leitfähigkeitsanomalie der Erde angesehen werden kann. Die Oberkante dieser Struktur liegt im Tiefenbereich zwischen ca. 10 und 30 km, die untere Begrenzung ist schlecht aufgelöst und wird aufgrund des oben erwähnten Glättkriteriums durch die Inversion bis in den Mantel hinein fortgesetzt. In Übereinstimmung mit weiteren geophysikalischen und petrophysikalischen Untersuchungen werden in erster Linie partielle Schmelzen als Ursache für die anomale Leitfähigkeitsstruktur diskutiert.

Um die Auflösung der modellierten Leitfähigkeitsstruktur zu untersuchen, wurden lineare und nichtlineare Sensitivitätsstudien auf das Inversionsergebnis angewendet. Diese beinhalten im ersten Fall die Darstellung der Sensitivitätsmatrix, die in einer linearen Umgebung des Modells in erster Linie den Induktionsraum und damit den Raum widerspiegelt, in dem kleine Variationen der Modellparameter einen Einfluss auf die Daten haben. Im zweiten Fall wurde zunächst eine systematische Analyse in ausgewählten Modellbereichen durchgeführt,

die an die Vorgehensweise von Nolasco et al. [1998] angelehnt ist. Dadurch konnte für den jeweils betrachteten Bereich ein Grenzwert für den Widerstand bestimmt werden.

Eine zentrale Rolle bei diesen Untersuchungen spielte die Auflösung der Unterkante des Altiplanoleiters. Hier wurden verschiedene Anstrengungen unternommen, um die vertikale Ausdehnung anzugeben. Erstens wurde durch das sukzessive Heraufsetzen der Unterkante und durch die wiederholte Berechnung der Modellantwort versucht, eine minimale Mächtigkeit abzuschätzen. Zweitens wurde durch die Vorgabe eines geringer mächtigen Leiters als A-priori-Information die Konsistenz dieser Regularisierungsmaßnahme mit den Daten überprüft. Drittens wurde der Informationsinhalt der gemessenen Daten durch die Inversion von zwei Modelldatensätzen kontrolliert. Der eine Datensatz entspricht dabei der Modellantwort des Ausgangsmodells, der andere bezieht sich auf ein Modell, bei dem der Altiplanoleiter in 70 km Tiefe endet. Aus diesen unterschiedlichen Ansätzen konnte auf eine minimale Ausdehnung bis in ca. 60 km Tiefe geschlossen werden. Die Unterkante ist dabei schlecht aufgelöst, jedoch konnte ausgeschlossen werden, dass die Widerstandswerte ab einer Tiefe von ca. 70 km größer als $\sim 10 \Omega\text{m}$ sind.

Desweiteren wurden die Ergebnisse der Reflexionsseismik im Forearc als A-priori-Information in dem Inversionsprozess festgehalten. Die Existenz einer gutleitenden Struktur, die mit der Lage des Nazca-Reflektors korreliert, konnte dadurch nicht gänzlich ausgeschlossen werden. Ein guter Leiter in Übereinstimmung mit dem Quebrada Blanca Bright Spot konnte hingegen nicht bestätigt werden.

Als mathematische Standardmethode zur Untersuchung der Auflösbarkeit wurde die Singular Value Decomposition (SVD) auf die Sensitivitätsmatrix angewendet. Die aus der SVD abgeleiteten Größen sind damit ebenfalls in einer linearen Umgebung des betrachteten Modells gültig. Da die Methode aufgrund der großen Parametersysteme, mit denen man es im 2D-Fall in der Regel und insbesondere im hier betrachteten Fall zu tun hat, zu diesem Zweck bislang nicht generell eingesetzt wurde, wurde zunächst im eindimensionalen Fall anhand von einfachen Modellen das Verhalten der aus der SVD abgeleiteten Größen studiert. Als Schwierigkeiten stellten sich dabei die zunehmend komplizierte Abhängigkeit zwischen den Modellparametern heraus und die Angabe eines Limits, ab dem kleinere Singulärwerte nicht mehr in die Berechnungen eingehen sollten. Im 2D-Fall wurde in erster Näherung die Hauptdiagonale der Parameterauflösungsmatrix für das ANCORP-Modell unter der Berücksichtigung verschieden vieler Singulärwerte dargestellt. Dabei zeigt sich, dass der gute Leiter unter der Präkordillere sowie die leitenden Sedimente im oberflächennahen Bereich unter dem Altiplano und die Oberkante des Altiplanoleiters gut aufgelöste Bestandteile des Modells sind. Hingegen bleibt die Unterkante und der Bereich unter dem Längstal vergleichsweise schlecht aufgelöst.

Die Durchführung der in dieser Arbeit vorgestellten Sensitivitäts- und Auflösungsstudien

konnte entscheidend zur Beurteilung beitragen, welche Modellstrukturen zur Erklärung der gemessenen Daten benötigt werden oder als schlecht aufgelöst betrachtet werden müssen. Es wurde vorgeschlagen, aus der Sensitivitätsmatrix einen Grenzwert abzuleiten, ab dem weniger sensitive Modellbereiche schwächer in die Interpretation einbezogen werden. Insgesamt ergab die Modellierung der MT-Daten auf dem ANCORP-Profil als dominierendes Ergebnis eine außergewöhnliche Leitfähigkeitsanomalie unter dem Altiplano in Südbolivien. In Übereinstimmung mit den Resultaten weiterer geophysikalischer Untersuchungen [z.B. Schmitz et al., 1997, Lüth, 1999, Springer, 1999, Yuan et al., 2000] stellen partielle Schmelzen eine plausible Erklärung für das anormale Verhalten in der mittleren bis unteren Kruste dar. Den Untersuchungen von Schilling et al. [1997] zufolge muss ein Schmelzanteil von 14-27 Vol.% angenommen werden, um die beobachteten Widerstandswerte in der Größenordnung von $\leq 1 \Omega\text{m}$ zu erklären, wobei der von Springer [1999] berechnete Temperaturgradient allerdings nicht ausreicht, um die Kruste im Tiefenbereich von ca. 10-30 km aufzuschmelzen.

Summary

This thesis deals with two-dimensional modeling of magnetotelluric data from the Central Andes at 21° S. The aim was to find a conductivity model, that both explains the observed data and contributes to the understanding of the geodynamic processes, which have been active at the South American active margin for approx. 200 Ma.

The 2-D inversion code developed by Mackie et al. [1997] was used to determine a discrete model of the conductivity distribution by an iterative process from apparent resistivities and phases of the TE- and TM-Modes. This is an ill-posed problem in the sense of Hadamard [1923]. To derive a better-posed solution additional constraints must therefore be considered in the objective function. This is commonly known as Tikhonov-Regularization [Tikhonov and Arsenin, 1979]. In magnetotelluric inversion codes, this is usually effected by difference operators, connecting adjacent grid elements. The resulting relation between smoothness and data fit is controlled by a regularization parameter, which has a significant influence on the solution. Here, systematic tests enabled an optimal *trade-off* parameter and hence an unique *minimum structure model* [de Groot-Hedlin and Constable, 1990] to be determined. Nevertheless, there are an infinite number of possible models that fit the data within a given tolerance. Therefore, to validate the results, further tests have been carried out, namely sensitivity and resolution studies.

For the inversion, data were chosen from 33 sites along the ANCORP-Profil at 21° S in a period range between 18 and 17.500 s. This data subset covers the morphological units of the Longitudinal Valley, the Precordillera, the Western Cordillera, and the Altiplano for a depth range down to 100 km or even more. A dimensionality analysis of the data confirmed the assumption, interpretation with a 2-D model is reasonable. The result is a resistivity model, that explains the observed data and shows the following main features:

- In general the Forearc and Arc are more resistive than the Backarc.
- The subducted plate cannot be identified with a zone of enhanced conductivity. This result is in agreement with the model of Echternacht et al. [1997], derived from data on the Pica profile at 20.5° S.

- A conductor is observed at approx. 15 km beneath the Precordillera and it can also be seen 60 km further north on the Pica profile. A possible explanation for the enhanced conductivity is the accumulation of aqueous fluids, released from hydrous materials by the subduction process and rising through a conduit provided by the West Fissure.
- The volcanic front in the Western Cordillera correlates with a zone of high resistivities, also in agreement with Echternacht et al. [1997]. However, this zone is not seen further south. From a profile at 22° S, Schwarz and Krüger [1997] find a good conductor beneath the Western Cordillera. It is assumed, that here a connection exists to the so-called Pica-Gap, an area without recent volcanism between 19.5° and 21° S [Wörner et al., 1994]. Further, the northward decrease of seismic attenuation could provide hints of decreasing magmatic activity.
- Very low resistivities are seen in the upper kilometers of the Altiplano. They are caused by young sediments containing highly saline fluids and salars at the surface.
- The most significant result is a laterally extended, extremely good conductor below the Altiplano. This is the largest known conductivity anomaly in the Earth. The upper boundary undulates within a depth range of 10 to 30 km. The lower boundary is poorly resolved. Because of the smoothness criterion present in the inversion code the conductor has been extended down to the mantle. In agreement with other geophysical and petrophysical investigations, partial melts are considered to be the most plausible cause of this anomaly.

Linear and nonlinear sensitivity studies have been applied to the inversion result to gain information on sensitivity and resolution. The linear methods included visualization of the sensitivity matrix, which reflects in a linear environment of the actual model the induction space, and therefore that space, where small parameter perturbations have an effect on the data. In the studies of the latter case, first a systematic analysis in selected model parts was carried out, following the idea of Nolasco et al. [1998]. Here, thresholds for the resistivity values could be derived for the distinct area.

The resolution of the lower boundary of the Altiplano conductor was of central importance. Here, different approaches were chosen to determine a bound on the vertical extension. First, a minimum thickness was found by stepwise uplifting of the lower boundary and repeated forward modeling. Secondly, a less extended conductor was used as a-priori information to check consistency with the data. Thirdly, the information content of the observed data was investigated by inverting two synthetic data sets: One set is calculated with the model obtained from the observed data, the other set from a model, in which the lower boundary has been fixed at 70 km depth. From these different approaches a lower bound on the extension of approx. 60 km was derived. Hence, the lower boundary is badly resolved, but resistivity values above $\sim 10 \Omega\text{m}$ at depths greater than approx. 70 km can be excluded.

To investigate relationships with other geophysical observations, results from seismic reflection experiments (M. Stiller, GFZ Potsdam, pers. conn.) have been incorporated as a-priori information in the inversion process. The existence of a conducting structure, correlated with the position of the Nasca Reflector could not be ruled out. However, a good conductor coinciding with the Quebrada Blanca Bright Spot is not required by the data.

As is standard for resolution studies, the Singular Value Decomposition (SVD) was applied to the sensitivity matrix. This matrix is a product of local linearization and the derived quantities are therefore only valid within a parameter space close to the model. Because of the number of parameters in a typical 2-D MT system, particularly the model considered here, this method has not previously been applied to this purpose in 2-D MT problems. To explore the main features and problems of this tool it was first studied in the 1-D case. Even with this simple system, significant problems arise from the highly complicated relationship between the model parameters and the definition of a threshold for negligible singular values. In the 2-D case the main diagonal of the parameter resolution matrix has been visualized in a first step for the ANCORP model under the consumption of different many singular values. It is clear that the good conductor beneath the Precordillera and the near-surface conducting sediments below the Altiplano are well resolved features of the model. However, the lower boundary and the area below the Longitudinal Valley remain poorly resolved.

Sensitivity and resolution studies, as introduced in this work, are extremely useful in distinguishing between model structures which are necessary to explain the observed data and those that are not well resolved. It is proposed to derive a limit from the sensitivity matrix, so that less sensitive parts of the model should contribute less to the interpretation. In summary, 2-D modeling of the MT data on the ANCORP profile leads to the hypothesis of a zone of extremely high conductivity below the Altiplano in South Bolivia. In agreement with results from other geophysical experiments [e.g. Schmitz et al., 1997, Lüth, 1999, Springer, 1999, Yuan et al., 2000], partial melts are a plausible explanation for the anomalous behavior in the middle and lower crust. Following the examinations of Schilling et al. [1997], a melt fraction between 14 and 27 % must be assumed to explain the observed resistivity values below 1 Ωm . The calculated thermal gradient of Springer and Förster [1998], however, is not sufficient to melt the crust in a depth range between approx. 10 and 30 km.

Resumen

El presente trabajo se ha ocupado del modelamiento 2-D de datos magnetotelúricos de los Andes Centrales en los 21° S. El objetivo ha sido desarrollar un modelo de conductividad, el cual pueda interpretar los datos obtenidos y también pueda contribuir al entendimiento del proceso geodinámico que caracteriza el borde continental activo de Sudamérica hace aproximadamente 200 Ma.

Para el modelamiento de los datos se ha utilizado el algoritmo de inversión 2-D de Mackie et al. [1997]. En un proceso iterativo se calcula discretamente la distribución de la conductividad a partir de resistencias específicas aparentes y las fases de polarización E y B. Este proceso presenta según Hadamard [1923] los problemas de existencia, unicidad y estabilidad, de tal modo que condiciones adicionales deben ser consideradas en orden a mejorar estos problemas. En la literatura esto se conoce como regulación de Tikhonov [Tikhonov and Arsenin, 1979]. En los programas de inversión standard para magnetotelúrica se insertan estas condiciones por lo general a través de operadores de diferencia, los que a través de elementos contiguos de una grilla se promedian. La relación entre este suavizado de estructuras y el ajuste del modelo es controlado por un parámetro de regulación del cual el resultado de la inversión depende fuertemente. A través de investigaciones sistemáticas se logró determinar un parámetro "trade off" óptimo. El modelo de estructuras mínimas [de Groot-Hedlin and Constable, 1990] calculado bajo estas condiciones tiene una solución única. Sin embargo pueden existir un sin número de posibles modelos que ajusten los datos dentro de un error de tolerancia dada. Por tal motivo, para validar los resultados, otros estudios de sensibilidad y resolución se llevaron también a cabo.

Para la inversión de los datos del perfil ANCORP en los 21°S se utilizaron datos de 33 estaciones en un rango de período de 18-17.500 s. Los datos abarcan las unidades morfológicas bajo el Valle Longitudinal, la Pre-Cordillera, la Cordillera del Oeste y bajo el Altiplano hasta más de 100 km de profundidad. La aceptación de una distribución de conductividad 2-D para la modelación pudo ser confirmado a través de un análisis de dimensionalidad con restricciones. El resultado es un modelo de resistividad, con el cual se logra un buen ajuste con los datos observados. Este modelo da por resultado el siguiente cuadro referente a la distribución de la resistividad eléctrica en profundidad:

- En el ante-arco y el arco magmático las resistividades son en general mayores que en el tras-arco.
- La placa subducente no aparece caracterizada como una zona de mayor conductividad en el modelo. Este resultado coincide con los cálculos de Echternacht et al. [1997] a lo largo del perfil Pica en los 20.5°S.
- Bajo la Pre-Cordillera aparece en los ~15 km de profundidad un buen conductor de 10-15 km de ancho que es también observado 60 km al norte sobre el perfil Pica. Una posible explicación para la elevada conductividad es la acumulación de fluídos que a través del proceso de subducción son liberados y eventualmente encuentran un conducto de escape en la cercana Falla Oeste.
- Nuevamente en concordancia con Echternacht et al. [1997] el frente volcánico en la Cordillera del Oeste correlaciona con un mal conductor. Más al sur, sobre el perfil de los 22°S, este resultado no puede ser comprobado. Schwarz and Krüger [1997] observan allí un buen conductor bajo la Cordillera del Oeste. Se admite la hipótesis, por una parte, de que aquí existe una relación con el denominado "Gap de Pica", una ausencia de volcanismo reciente entre los 19.5°S y 21°S [Wörner et al., 1994]. Por otro lado, el aumento del factor de atenuación Q_p en dirección norte podría indicar una baja actividad magmática.
- Los primeros kilómetros bajo el Altiplano están dominados por buenos conductores asociados tanto a sedimentos jóvenes como Salares.
- El resultado notable es un buen conductor extendido lateralmente bajo el Altiplano que puede ser considerada como la mayor conocida anomalía de conductividad de la Tierra. El borde superior de esta estructura se ubica entre los 10 y 30 km de profundidad; el límite inferior está mal resuelto y debido a los anteriormente nombrados criterios de suavizado de estructuras se extiende según los resultados de la inversión hasta el manto. En concordancia con otras investigaciones geofísicas y petrofísicas se discute la fusión parcial como posible causa para esta anomalía de conductividad eléctrica.

Para investigar la resolución de la estructura de conductividad modelada se aplicaron estudios de sensibilidad lineal y no lineal a los resultados de la inversión. Esto implica en el primer caso la presentación de la matriz de sensibilidad, la que refleja, en un ambiente lineal del modelo, en primera instancia, el espacio de inducción y con ello el espacio en el cual mínimas variaciones de los parámetros del modelo tienen una influencia sobre los datos. En el segundo caso se llevó a cabo un análisis sistemático, el que fue apoyado siguiendo un modo similar al aplicado por Nolasco et al. [1998]. Por medio de ello se pudo determinar un valor límite para la resistividad en los ámbitos respectivos considerados.

La resolución del borde inferior del conductor asociado al Altiplano ha jugado un rol central en las investigaciones. Se han emprendido diferentes esfuerzos para determinar la extensión vertical. En primer lugar se intentó estimar un espesor mínimo a través de sucesivos corrimientos hacia arriba del borde inferior a través de la repetición del cálculo de la respuesta del modelo. En segundo lugar se consideró un conductor de menor extensión como información a-priori en el proceso de inversión y se comparó los resultados obtenidos con los datos. En tercer lugar se controlaron los datos medidos a través de la inversión de dos conjuntos de datos sintéticos. Uno de estos conjuntos corresponde a la respuesta del modelo de entrada; el otro está relacionado con un modelo en el cual el conductor asociado al Altiplano termina en los 70 km de profundidad. A partir de estos diferentes puntos de partida se pudo concluir una extensión mínima del orden de 60 km de profundidad. No obstante la resolución del borde inferior es pobre, se puede excluir la posibilidad de que los valores de la resistencia a partir de una profundidad del orden de 70 km son mayores a $\sim 10 \Omega\text{m}$.

Por otra parte se tomó en consideración los resultados de reflexión sísmica en el ante-arco como información a-priori en el proceso de inversión. La existencia de una estructura asociada a un buen conductor, que se correlaciona con la ubicación del reflector Nazca, no puede ser del todo excluida. Un buen conductor en concordancia con el denominado "Bright Spot" Quebrada Blanca no pudo ser comprobado.

Como método matemático standard para la investigación de la resolución de estructuras se aplicó la Descomposición de Valores Singulares (DVS) sobre la matriz de sensibilidad. Las magnitudes derivadas de la DVS son válidas en un ambiente lineal del modelo considerado. Debido a la magnitud de los sistemas de parámetros, para los casos 2-D, por lo general, y en especial para el caso considerado aquí-, no se ajustó para este objetivo. Se estudió en primer lugar el comportamiento de las magnitudes derivadas del DVS para el caso unidimensional por medio de modelos sencillos. Como dificultades se presentaron la complicada dependencia entre los parámetros del modelo y el ingreso de un límite, a partir del cual los valores singulares menores no debieran de jugar un rol en el cálculo. En el caso 2-D se presentó en una primera aproximación la diagonal principal de la matriz de resolución de los parámetros para el modelo ANCORP considerando diferentes valores singulares. Así se muestra que el buen conductor bajo la Pre-Cordillera así como los conductores asociados a sedimentos en la superficie bajo el Altiplano y así también el borde superior del conductor asociado al Altiplano son elementos del modelo con buena resolución. Contrariamente tanto el borde inferior así como el área bajo el Valle Longitudinal presentan mala resolución.

Los estudios de sensibilidad y resolución, introducidos en este trabajo, pueden contribuir decididamente a enjuiciar cual estructura del modelo es necesaria e importante para la explicación de los datos observados o cual puede ser considerada como mal resuelta. Se ha propuesto derivar un valor límite de la matriz de sensibilidad, a partir del cual los ámbitos

menos sensibles contribuyen en menor grado para la interpretación. En general la modelación de los datos MT sobre el perfil ANCORP da como resultado dominante una extraordinaria anomalía de conductividad bajo el Altiplano en el sur de Bolivia. En concordancia con los resultados de otras investigaciones geofísicas [p.e. Schmitz et al., 1997, Lüth, 1999, Springer, 1999, Yuan et al., 2000] presenta la fusión parcial una explicación plausible para el comportamiento anómalo en la corteza media hasta la inferior. Conforme a las investigaciones de Schilling et al. [1997] se considera una fusión parcial del orden de 14-27 % para explicar los valores de resistividades observados $< 1 \Omega\text{m}$. El gradiente de temperatura calculado por Springer and Förster [1998], sin embargo, no es suficiente para generar fusión parcial en la corteza entre los 10 y 30 km de profundidad.

Literaturverzeichnis

- R.W. Allmendinger, T.E. Jordan, S.M. Kay, and B.L. Isacks. The evolution of the Altiplano-Puna Plateau of the Central Andes. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 25: 139–174, 1997.
- ANCORP Working Group. Seismic reflection image revealing offset of Andean subduction-zone earthquake locations into oceanic mantle. *Nature*, 397:341–344, 1999.
- E. Anderson, Z. Bai, S. Blackford, C. Bischof, S. Blackford, J. Demmel, J. Dongarra, J. Du Croz, A. Greenbaum, S. Hammarling, A. McKenney, and D. Sorensen, editors. *LAPACK Users' Guide. Third Edition*. SIAM, Philadelphia, 1999.
- K. Bahr. Interpretation of the magnetotelluric impedance tensor: Regional induction and local telluric distortion. *Journal of Geophysics*, 62:119–127, 1988.
- S.L. Beck, G. Zandt, S.C. Myers, T.C. Wallace, P.G. Silver, and L. Drake. Crustal thickness variations in the Central Andes. *Geology*, 24:407–410, 1996.
- E.K. Blohm, P. Worzyk, and H. Scriba. Geoelectrical Deep Soundings in Southern Africa Using the Cabora Bassa Power Line. *Journal of Geophysics*, 43:665–679, 1977.
- H. Brasse, P. Lezaeta, V. Rath, K. Schwalenberg, W. Soyer, and V. Haak. The Bolivian Altiplano Conductivity Anomaly. *Journal of Geophysical Research*, 2000. submitted.
- W. H. Campbell, E. R. Schiffmacher, and B. R. Arora. Quiet geomagnetic field representation for all days and latitudes. *J. Geomagn. Geoelectr.*, 44:459–480, 1992.
- A. D. Chave and J. T. Smith. On electric and magnetic galvanic distortion tensor decompositions. *Journal of Geophysical Research*, 99:4669–4682, 1994.
- J.D. Clemens and G.T.R. Droop. Fluids, P-T paths and the fates of anatectic melts in the Earth's crust. *Lithos*, 44:21–36, 1998.
- B. Coira, J. Davidson, C. Mpodozis, and V. Ramos. Tectonic and magmatic evolution of the Andes of northern Argentina and Chile. *Earth-Science Reviews*, 18:303–332, 1982.
- S. C. Constable, R. L. Parker, and C. G. Constable. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from EM sounding data. *Geophysics*, 52:289–300, 1987.

- C. de Groot-Hedlin and S. Constable. Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models for magnetotelluric data. *Geophysics*, 55:1613–1624, 1990.
- I. d'Erceville and G. Kunetz. The effect of a fault on the earth's natural electromagnetic field. *Geophysics*, 27:651–665, 1962.
- A. G. Duba and T. J. Shankland. Free carbon and electrical conductivity in the earth's mantle. *Geophysical Research Letters*, 9:1271–1274, 1982.
- Duden. *Fremdwörterbuch*. Dudenverlag, Mannheim, 1990.
- A.J.W. Duijndam. Bayesian estimation in seismic exploration. Part I: Principles. *Geophysical Prospecting*, 36:878–898, 1988.
- F. Echternacht. Die elektrische Leitfähigkeitsstruktur im Forearc der südlichen Zentralanden bei 20°–21°S, abgeleitet aus magnetotellurischen und geomagnetischen Sondierungen. *GFZ Potsdam Scientific Technical Report*, 98/20, 1998.
- F. Echternacht, S. Tauber, M. Eisel, H. Brasse, G. Schwarz, and V. Haak. Electromagnetic study of the active continental margin in northern Chile. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 102:69–87, 1997.
- R.N. Edwards, R.C. Bailey, and G.D. Garland. Conductivity anomalies: Lower crust or asthenosphere? *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 25:263–272, 1981.
- G. D. Egbert and J. R. Booker. Robust estimation of geomagnetic transfer functions. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 87:173–194, 1986.
- M. Eisel. *Interpretation magnetotellurischer Messungen im Umfeld der Kontinentalen Tiefbohrung unter besonderer Berücksichtigung lateral anisotroper Leitfähigkeitsstrukturen*. PhD thesis, Freie Universität Berlin, 1995.
- C. G. Farquharson and D. W. Oldenburg. Approximate sensitivities for the electromagnetic inverse problem. *Geophysical Journal International*, 126:235–252, 1996.
- R. Fletcher. *Practical Methods of Optimization*. Wiley, New York, 1987.
- P. Giese. Geothermal structure of the Central Andes crust - implications for heat transport and rheology. In K.-J. Reutter, E. Scheuber, and P.J. Wigger, editors, *Tectonics of the Southern Central Andes*, pages 23–48. Springer, Berlin, 1994.
- P. Giese, E. Scheuber, F.R. Schilling, M. Schmitz, and P.J. Wigger. Crustal thickening processes in the Central Andes and the different natures of the Moho-discontinuity. *Journal of South American Earth Sciences*, 12:201–220, 1999.
- G. Golub and J. M. Ortega. *Scientific Computing. Eine Einführung in das wissenschaftliche Rechnen und Parallele Numerik*. B.G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1996.

- G. H. Golub and C. F. Van Loan. *Matrix Computations*. John Hopkins University, Baltimore, 2 edition, 1989.
- H.-J. Götze and A. Kirchner. Gravity field at the South American active margin (20° to 29° s). *Journal of South American Earth Sciences*, 2:179–188, 1997.
- H.-J. Götze and MIGRA Group. Group updates the gravity data base in the Central Andes (20° - 26°S). *EOS Transactions, American Geophysical Union, Electronic Supplement*, 1996. http://www.agu.org/eos_elec/95189e.html.
- F. Graeber and G. Asch. Three dimensional models of P-wave velocity and P-to-S velocity ratio in the southern Central Andes by simultaneous inversion of local earthquake data. *Journal of Geophysical Research*, 104(B9):20237–20256, 1999.
- R. W. Groom and R. C. Bailey. Decomposition of magnetotelluric impedance tensors in presence of local three-dimensional galvanic distortion. *Journal of Geophysical Research*, 94:1913–1925, 1989.
- Y. Gueguen and V. Palciauskas. *Introduction to the physics of rocks*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1994.
- V. Haak and V.R.S. Hutton. Electrical resistivity in continental lower crust. In J.B. Dawson, D.A. Carswell, J. Hall, and K.H. Wedepohl, editors, *The Nature of the Lower Continental Crust, Geol. Soc. London, Spec. Publ. No. 24*, pages 35–49, 1986.
- V. Haak, J. Stoll, and H. Winter. Why is the electrical resistivity around the KTB hole so low? *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 66:12–33, 1991.
- C. Haberland. Die Verteilung der Absorption seismischer Wellen in den westlichen Zentralen Anden. *Berliner Geowissenschaftliche Abhandlungen*, (B) 35, 1999.
- J. Hadamard. *Lectures on the Cauchy Problem in Linear Partial Differential Equations*. Yale University Press, New Haven, 1923.
- P. C. Hansen. The truncated SVD as a method for regularization. *BIT*, 27:534–553, 1987.
- P. C. Hansen. *Rank Deficient and discrete ill-posed Problems. Numerical Aspects of Linear Inversion*. SIAM, Philadelphia, 1998.
- P. C. Hansen and D. P. O’Leary. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems. *SIAM J. Sci. Comput.*, 14:1487–1503, 1993.
- W. Heise. Zweidimensionale Inversionstudien zu einem magnetotellurischen Datensatz aus Nordchile. Diplomarbeit, Institut für Geologie, Geophysik und Geoinformatik FU, Berlin, 1998.

- B. A. Hobbs. Terminology and symbols for use in studies of electromagnetic induction in the earth. *Surveys in Geophysics*, 13:489–516, 1992.
- B. Hofmann. *Mathematik inverser Probleme*. Teubner, Stuttgart, 1999.
- B.L. Isacks. Uplift of the Central Andean plateau and bending of the Bolivian Orocline. *Journal of Geophysical Research*, 93:3211–3231, 1988.
- J.A. Jacobs. *Geomagnetism. Vol. 1-4*. Academic Press Inc., San Diego, 1989.
- D.E. James. Andean crustal und upper mantle structure. *Journal of Geophysical Research*, 76:3246–3271, 1971a.
- D.E. James. Plate-tectonic model for the evolution of the Cental Andes. *Geological Society of America Bulletin*, 82:3325–3346, 1971b.
- H. Jödicke. Water and graphite in the earth crust – an approach to interpretation of conductivity models. *Surveys in Geophysics*, 13:381–408, 1992.
- A.G. Jones. Electrical conductivity of the continental lower crust. In D.M. Fountain, R.J. Arculus, and R.W. Kay, editors, *Continental Lower Crust*, pages 81–143, Elsevier, Amsterdam, 1992.
- A. Kirchner, H.-J. Götze, and M. Schmitz. 3D-Density Modelling with Seismic Constraints in the Central Andes. *Physics and Chemistry of the Earth*, 21:289–293, 1996.
- J. Kley and C.R. Monaldi. Tectonic shortening and crustal thickening in the Central Andes: How good is the correlation? *Geology*, 26:723–726, 1998.
- V. N. Kobranova. *Petrophysics*. Mir Publishers Moscow, 1989.
- M. Koch. The optimal regularization of the linear seismic inverse problem. In J. B. Bednar, L. Lines, R.H. Stolt, and A.B. Weglein, editors, *Geophysical Inversion*, pages 170–234. SIAM, Philadelphia, 1992.
- S. Lamb and L. Hoke. Origin of the high plateau in the Central Andes, Bolivia, South America. *Tectonics*, 16:623–649, 1997.
- C. Lanczos. *Linear Differential Operators*. D. Van Nostrand Co., New York, 1961.
- J.C. Larsen. Removal of local surface conductivity effects from low frequency mantle response curves. *Acta. Geodaet., Geophys. et Montanist Acad. Sci. Hung.*, 12(1-3):183–186, 1977.
- P. Lezaeta. *Distortion analysis and 3-D modelling of magnetotelluric data from the Central Andes*. PhD thesis, Freie Universität Berlin, 2000. in preperation.

- P. Lezaeta, M. Munoz, and H. Brasse. Magnetotelluric image of the crust and upper mantle in the backarc of the NW Argentinean Andes. *Geophysical Journal International*, accepted, 2000.
- S. Lüth. *Ergebnisse weitwinkelseismischer Untersuchungen und die Struktur der Kruste auf einer Traverse über die Zentralen Anden bei 21°S*. PhD thesis, Fachbereich Geowissenschaften, Freie Universität Berlin, 1999.
- R. Mackie, S. Rieven, and W. Rodi. *Users manual and software documentation for two-dimensional inversion of magnetotelluric data*. GSY-USA, Inc., 2261 Market St., Suite 643, San Francisco, CA 94114, July 1997. User Documentation.
- R. L. Mackie and T. R. Madden. Three-dimensional magnetotelluric inversion using conjugate gradients. *Geophysical Journal International*, 115:215–229, 1993.
- R. L. Mackie, J. T. Smith, and T. Madden. Three-dimensional electromagnetic modeling using finite difference equations: The magnetotelluric example. *Radio Science*, 29:923–936, 1994.
- T. R. Madden. Transmission systems and network analogies to geophysical forward and inverse problems. Report No. 72-3, Dept. of Geology and Geophysics, MIT, Cambridge, MA, 1972.
- W. Massow. Magnetotellurik in der Westkordillere Nordchiles. Diplomarbeit, Institut für Geologie, Geophysik und Geoinformatik FU, Berlin, 1994.
- P. R. McGillivray and D. W. Oldenburg. Methods for calculating Frechet derivatives and sensitivities for the non-linear inverse problem: a comparative study. *Geophysical Prospecting*, 38:499–524, 1990.
- M. Meju. *Geophysical Data Analysis: Understanding Inverse Problem: Theory and Practice*. SEG, Tulsa, 1994.
- W. Menke. *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press, 1984.
- S.L. Neal. Variations in the electrical conductivity of the upper mantle beneath North America and the Pacific Ocean. Master's thesis, Department of Geological Sciences, Indiana University, 1998.
- D.C. Nobes, L.K. Law, and R.N. Edwards. Results of a sea-floor electromagnetic survey over a sedimented hydrothermal area on the Juan de Fuca Ridge. *Geophysical Journal International*, 110:333–346, 1992.
- R. Nolasco, P. Tarits, J.H. Filloux, and A. Chave. Magnetotelluric imaging of the Society Islands hotspot. *Journal of Geophysical Research*, 103(B12):287–309, 1998.

- G. Nolet, R. Monelli, and J. Virieux. Explicit, approximate expressions for the resolution and *a-posteriori* covariance of massive tomographic systems. *Geophysical Journal International*, 138:36–44, 1999.
- D.W. Oldenburg and Y. Li. Estimating depth of investigation in DC resistivity and IP surveys. *Geophysics*, 11:403–416, 1999.
- J. Ory and R. G. Pratt. Are our parameter estimators biased? The significance of finite-difference regularization operators. *Inverse Problems*, 11:397–424, 1995.
- R. L. Parker. *Geophysical Inverse Theory*. Princeton University Press, New Jersey, 1994.
- W.D. Parkinson. Direction of rapid geomagnetic fluctuations. *Geophysical Journal*, 2:1–14, 1959.
- R. Patzwahl. Plattengeometrie und Krustenstruktur am Kontinentalrand Nord-Chiles aus weitwinkelseismischen Messungen. *Berliner Geowissenschaftliche Abhandlungen*, (B) 30, 1998.
- R. Patzwahl, J. Mechie, A. Schulze, and P. Giese. Two-dimensional velocity models of the Nazca plate subduction zone between 19.5°s and 25°s from wide-angle seismic measurements during the CINCA'95 project. *Journal of Geophysical Research*, 104:7293–7317, 1999.
- J. Pek and T. Verner. Finite difference modelling of magnetotelluric fields in 2-D anisotropic media. *Geophysical Journal International*, 128:505–521, 1997.
- A. Raiche. Modelling and inversion – progress, problems, and challenges. *Surveys in Geophysics*, 15:159–208, 1994.
- V. Rath. *Fluidsysteme in der Kruste: Modellrechnungen zur Entstehung impermeabler Barrieren*. PhD thesis, Freie Universität Berlin. Fachbereich Geowissenschaften, 1999.
- K.-J. Reutter, P. Giese, E. Scheuber, K. Schwab, G. Schwarz, and P.J. Wigger. Structures and Crustal Development of the Central Andes between 20° - 25°. In H. Bahlburg, C. Breitkreuz, and P. Giese, editors, *The Southern Central Andes*, pages 231–261. Springer, Berlin, 1988.
- K.-J. Reutter, E. Scheuber, and G. Chong. The Precordilleran fault system of Chuquicamata, Northern Chile: evidence for reversals along arc-parallel strike-slip faults. *Tectonophysics*, 259:213–228, 1996.
- A. Rietbrock and ANCORP Research Group. Velocity structure and seismicity in the Central Andes of Northern Chile and Southern Bolivia. In *AGU Fall Meeting, San Francisco, USA*, 1999.

- W. Rodi and R. L. Mackie. Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversions. *accepted by Geophysics*, 2000.
- I. I. Rokityansky. *Geoelectromagnetic Investigation of the Earth's Crust and Mantle*. Springer, Berlin, 1982.
- P. S. Rowbotham and R. G. Pratt. Improved inversion through use of the null space. *Geophysical Prospecting*, 62:869–883, 1997.
- L. J. Ruff. Large Earthquakes in Subduction Zones: Segment Interactions and Recurrence Times. In G.E. Bebout, D.W. Scholl, S.H. Kirby, and J.P. Platt, editors, *Subduction: Top to Bottom*, Geophysical Monograph 96, pages 119–133. American Geophysical Union, 1996.
- J. A. Scales and M. L. Smith. *Introductory Geophysical Inverse Problem Theory: Part I*. Samizdat Press, Golden, Colorado, 1996.
- E. Scheuber. Tektonische Entwicklung des nordchilenischen aktiven Kontinentalrandes: Der Einfluß von Plattenkonvergenz und Rheologie. *Geotekt. Forsch.*, 81:1–131, 1994.
- E. Scheuber, T. Bogdanic, A. Jensen, and K.J. Reutter. Tectonic development of the North Chilean Andes in relation to plate convergence and magmatism since the Jurassic. In K.J. Reutter, E. Scheuber, and P.J. Wigger, editors, *Tectonics of the Southern Central Andes*, pages 121 – 139. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1994.
- E. Scheuber and K.J. Reutter. Magmatic arc tectonics in the Central Andes between 21° and 25° S. *Tectonophysics*, 205:127–140, 1992.
- F. R. Schilling, G. M. Partzsch, H. Brasse, and G. Schwarz. Partial melting below the magmatic arc in the Central Andes deduced from geoelectromagnetic field experiments and laboratory data. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 103:17–32, 1997.
- M. Schmitz, W.-D. Heinsohn, and F.R. Schilling. Seismic, gravity and petrological evidence for partial melt beneath the thickened Central Andean crust (21-23°s). *Tectonophysics*, 270:313–326, 1997.
- M. Schmitz, K. Lessel, P. Giese, P.J. Wigger, J. Bribach, F. Graeber, S. Grunewald, C. Haberland, S. Lüth, P. Röwer, T. Ryberg, and A. Schulze. The crustal structure of the Central Andean forearc and magmatic arc as derived from seismic studies - the PISCO 94 experiment in northern Chile (21°-23° S). *Journal of South American Earth Sciences*, 12: 237–260, 1999.
- U. Schmucker. *Anomalies of Geomagnetic Variations in the Southwestern United States*. Univ. of California Press, Berkeley, 1970.

- U. Schmucker, S.E. Forbush, O. Hartmann, A.A. Giesecke, M. Casaverde, J. Castillo, R. Salgueiro, and S. del Poza. Electrical conductivity anomaly under the Andes. *Carnegie Inst. Wash. Yearb.*, 65:11–28, 1966.
- U. Schmucker, O. Hartmann, A.A. Giesecke, M. Casaverde, and S.E. Forbush. Electrical conductivity anomalies in the earth's crust in Peru. *Carnegie Inst. Wash. Yearb.*, 10:11–28, 1964.
- K. Schwalenberg. Zweidimensionale Modellrechnung und Inversion audiomagnetotellurischer Daten aus der Oberpfalz. Diplomarbeit, Institut für Angewandte Geophysik, TU Berlin, 1997.
- G. Schwarz and D. Krüger. Resistivity cross section through the southern Central Andes as inferred from magnetotelluric and geomagnetic deep soundings. *Journal of Geophysical Research*, 102:11957–11978, 1997.
- T. J. Shankland and M. E. Ander. Electrical conductivity, temperatures and fluids in the lower crust. *Journal of Geophysical Research*, 88:9475–9484, 1983.
- W. Siripunvaraporn and G. Egbert. REBOCC: An efficient data-subspace inversion for two-dimensional magnetotelluric data. *submitted to Geophysics*, 1999.
- J. T. Smith and J. R. Booker. Rapid inversion of two- and three-dimensional magnetotelluric data. *Journal of Geophysical Research*, 96:3905–3922, 1991.
- A. Sommerfeld. *Vorlesungen über Theoretische Physik III: Elektrodynamik*. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt/M., 1988.
- M.H. Springer. Interpretation of heat-flow density in the Central Andes. *Tectonophysics*, 306:377–395, 1999.
- M.H. Springer and A. Förster. Heatflow density across the Central Andean subduction zone. *Tectonophysics*, 291:123–139, 1998.
- J.L. Swenson, S.L. Beck, and G. Zandt. Crustal structure of the Altiplano from broadband regional waveform modeling: Implications for the composition of thick continental crust. *Journal of Geophysical Research*, 105:607–621, 2000.
- C. M. Swift. *A Magnetotelluric Investigation of an Electrical Conductivity Anomaly in the Southwestern United States*. PhD thesis, Dept. of Geology and Geophysics, MIT, Cambridge, Mass., 1967.
- A. Tarantola and B. Valette. Inverse problems = quest for information. *Journal of Geophysics*, 50:159–170, 1982.

- A. N. Tikhonov and V. Y. Arsenin. *Methods for Solving Ill-Posed Problems*. Nauka, Moscow, 1979.
- D. W. Vasco, L. R. Johnson, and O. Marques. Global Earth structure: inference and assessment. *Geophysical Journal International*, 137:381–407, 1998.
- R. von Huene, W. Weinrebe, and F. Heeren. Subduction erosion along the North Chile margin. *Journal of Geodynamics*, 27:345–358, 1999.
- K. Vozoff. The magnetotelluric method. In M. N. Nabighian, editor, *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics. Volume 2, Application, Parts A and B*, pages 641–711. SEG, Tulsa, 1987.
- J. R. Wait. *Electromagnetic Waves in Stratified Media*. Golem Press, Boulder, 1970.
- P. E. Wannamaker. *PW2D - Finite element program for magnetotelluric forward modeling and parameterized inversion of two-dimensional earth resistivity structure*. University of Utah Research Institute Earth Science, November 1990. User Documentation.
- P. E. Wannamaker, J. R. Booker, A. G. Jones, A. D. Chave, J. H. Filloux, H. S. Waff, and L. K. Law. Resistivity cross section through the Juan de Fuca subduction system and its tectonic implications. *Journal of Geophysical Research*, 94 (B10):14127–14144, 1989.
- P.E. Wannamaker. Magnetotelluric surveying one can afford: Interpretation of MT sounding profiles in natural environments. In M. Oristaglio and B. Spies, editors, *International Symposium on Three-dimensional Electromagnetics. October 4-6, 1995, at Schlumberger-Doll Research, Ridgefield/Connecticut, USA*, pages 511–527, 1995.
- P.E. Wannamaker, G.W. Hohmann, and S.H. Ward. Magnetotelluric response of three-dimensional bodies in layered earth. *Geophysics*, 49:1517–1534, 1984.
- P. Weidelt. Inversion of two-dimensional conductivity structures. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 10:282–291, 1975.
- H. Wiese. Geomagnetische Tiefentellurik Teil II: Die Streichrichtung der Untergrundstrukturen des elektrischen Widerstandes, erschlossen aus geomagnetischen Variationen. *Geofis. Pura e Appl.*, 52:83–103, 1962.
- P.J. Wigger, M. Schmitz, M. Araneda, G. Asch, S. Baldzuhn, P. Giese, W.-D. Heinsohn, E. Martinez, E. Ricaldi, P. Röwer, and J. Viramonte. Variation in the crustal structure of the Southern Central Andes deduced from seismic refraction investigations. In K.-J. Reutter, E. Scheuber, and P.J. Wigger, editors, *Tectonics of the Southern Central Andes*, pages 23–48. Springer, Berlin, 1994.

- G. Wörner, S. Moorbath, S. Horn, J. Entenmann, R. S. Harmon, J. P. Davidson, and L. Lopez-Escobar. Large- and fine-scale geochemical variations along the Andean arc of northern Chile (17.5°–22°S). In K.-J. Reutter, E. Scheuber, and P.J. Wigger, editors, *Tectonics of the Southern Central Andes*, pages 77–92. Springer, Berlin, 1994.
- J. A. Wright. The magnetotelluric and geomagnetic response of two-dimensional structures. *Gamma*, 7, 1969.
- X. Yuan, S.V. Sobolev, R. Kind, O. Oncken, and Andes Seismology Group. New constraints on subduction and collision processes in the Central Andes from comprehensive observations of P to S converted seismic phases. *accepted by Nature*, 2000.
- G. Zandt, S. L. Beck, S. R. Ruppert, C. J. Ammon, D. Rock, E. Minaya, T. C. Wallace, and P. G. Silver. Anomalous crust of the Bolivian Altiplano, Central Andes: constraints from broadband regional seismic waveforms. *Geophysical Research Letters*, 23:1159–1162, 1996.
- G. Zandt, A.A. Velasco, and S.L. Beck. Composition and thickness of the southern Altiplano crust, Bolivia. *Geology*, 22:1003–1006, 1994.
- M. S. Zhdanov and G. V. Keller. *The Geoelectrical Methods in Geophysical Exploration*. Elsevier, Amsterdam, 1994.

Glossar

MT	Magnetotellurik
x, y, z	kartesische Koordinaten
i	imaginäre Einheit
E	elektrische Feldstärke [mV/km]
B	magnetische Induktion [nT]
D	dielektrische Verschiebung [As/m ²]
H	magnetische Feldstärke [A/m]
J	Stromdichte [A/m ²]
σ	elektrische Leitfähigkeit [S/m], in Kapitel 2: Datenfehler
μ_0	absolute Permeabilität ($4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am)
μ_r	relative Permeabilität (≈ 1)
ϵ_0	absolute Dielektrizitätskonstante ($8.854 \cdot 10^{-12}$ C ² /Nm ²)
ϵ_r	relative Dielektrizitätskonstante
ω	Kreisfrequenz [Hz]
k	komplexe Wellenzahl [1/m]
T	Periode [s]
$\hat{\mathbf{Z}}$	Impedanztensor, Z in [(mV/km) / nT] $\hat{=}$ [m/s]
$Z_{xx}, Z_{xy}, Z_{yx}, Z_{yy}$	Elemente des Impedanztensors, $Z_{xy} = E_x / B_y$
$\rho = \frac{1}{\sigma}$	elektrischer Widerstand [Ω m]
ρ_a	scheinbarer spezifischer Widerstand [Ω m]
φ	Phase der Impedanz [°]
$\hat{\mathbf{R}}$	Rotationsmatrix
α_s	Rotationswinkel nach Swift
T_x, T_y	magnetische Übertragungsfunktionen

λ	Eindringtiefe; in Kapitel 6: Singulärwert
m	Modellparametervektor
d	Datenvektor
r	Ortsvektor
$\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{S}}^T$	Sensitivitätsmatrix, Transponierte
τ	Regularisierungsparameter (Modellrauhigkeit)
Ma	Millionen Jahre
CC	Küstenkordillere
LV	Längstal
PD	Präandine Depression
PC	Präkordillere
WC	Westkordillere
AP	Altiplano
EC	Ostkordillere
AFZ	Atacama Fault Zone
WF	West Fissure
ALVZ	Anden Low Velocity Zone
QBBS	Quebrada Blanca Bright Spot
ACA	Altiplano Conductivity Anomaly
SVD	Singular Value Decomposition

Danksagung

Ich bedanke mich bei Prof. Dr. V. Haak, der mich vor 3 Jahren in seine Arbeitsgruppe am GFZ aufgenommen und diese Arbeit betreut hat. Herr Haak hat meine Arbeit stets mit hilfreichen Anregungen und Impulsen gefördert und mir dabei die Freiheit gelassen, einen eigenen wissenschaftlichen Weg zu finden, wofür ich mich herzlich bei ihm bedanken möchte.

Obwohl Prof. Dr. P. Giese seine offizielle Funktion als SFB-Sprecher bereits abgelegt hat, sagte er als zweiter Gutachter sofort zu. Dafür möchte ich mich vielmals bei ihm bedanken.

Mein ganz herzlicher Dank gilt Dr. Volker Rath, der mich immer wieder angespornt hat, auch unbequeme Wege auszuprobieren, der immer ein Ansprechpartner war und aus dessen Wissensfundus ich reichlich schöpfen konnte.

Ebenso herzlich bedanke ich mich bei Dr. Heinrich Brasse, bei dem ich an der TU Berlin meine ersten Erfahrungen mit der Magnetotellurik gesammelt habe und der mir in zahlreichen Gesprächen half, meine Ideen und Ergebnisse im richtigen Zusammenhang zu betrachten.

Die Messkampagnen 1997 und 1998/99 haben nicht nur einen sehr guten Datensatz ergeben, sondern auch viel Spaß gemacht. Dafür und für erlebnisreiche Zeiten bedanke ich mich bei Jörg Beike, Heinrich Brasse, Stefan Friedel, Wiebke Heise, Pamela Lezaeta, Wolfgang Soyer sowie Faustino Ticona und Pablo Salazar.

Vor Ort in Bolivien und Chile waren Dr. Luis Baeza, Dr. Reinhard Rössling und Hans Wilke stets eine große Hilfe, ihnen sei dafür ebenfalls herzlich gedankt.

Ich danke Heinrich Brasse, Kirsten Elger, Dr. Hildegard Gödde, Frank Hofmann, Dr. Stefan Lüth, Dr. Andreas Müller, Volker Rath, Wolfgang Soyer und Bettina Unger, die sich die Mühe gemacht haben, die Arbeit oder Teile der Arbeit Korrektur zu lesen und dabei viele wertvolle Hinweise lieferten.

Dr. Richard Holme, Arturo Belmonte und Pamela Lezaeta waren mir bei der englischen, bzw. spanischen Übersetzung der Zusammenfassung behilflich. Vielen Dank dafür.

Viele Personen haben in Gesprächen zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Namentlich

bedanke ich mich bei Dr. Fritz Echternacht, Dr. Markus Eisel, Dr. Christian Haberland, Dr. Andreas Müller, Dr. Oliver Ritter und Dr. Stephan Sobolev und Dr. Manfred Stiller.

Ein wichtiges Forum in den vergangenen drei Jahren war die MT-Arbeitsgruppe. Allen Teilnehmern danke ich für eine bunte Themenvielfalt und die vielen Diskussionen.

Diese Arbeit entstand im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 267, der von der Deutschen Forschungsgemeinschaft gefördert wird.

Anhang A

Die Darstellung der Daten auf dem ANCORP-Profil (Symbole) zeigt eine insgesamt sehr gute Qualität im Periodenbereich zwischen 10-10.000 s. Eine Ausnahme bilden zum Teil die längeren Perioden, die Daten der E-Polarisation an den Stationen CCO und COC (Abbildung A.1) und die Phasen der B-Polarisation an der Station VIL (Abbildung A.3).

Die Anpassung, die durch das in Abbildung 4.7 und 7.1 präsentierte ANCORP-Leitfähigkeitsmodell erreicht wird, ist ebenfalls sehr gut (durchgezogene Linien). *Static Shift* wird z.B. an den Stationen CTE, CAR, ALC und EPU beobachtet. Von den Stationen COC und CCO wurden die Daten der E-Polarisation bei der Modellierung nicht verwendet, da diese bei COC inkonsistent und bei CCO aufgrund technischer Probleme unbrauchbar sind. Die Fehlanpassung in der Phase der E-Polarisation an den Stationen PDT und QDP wird durch einen oberflächennahen Leiter unter den Stationen CCO und QDP verursacht und verschwindet, wenn man die Daten der Station CCO komplett unberücksichtigt lässt oder den Ozean als A-priori-Information im Inversionsprogramm verankert.

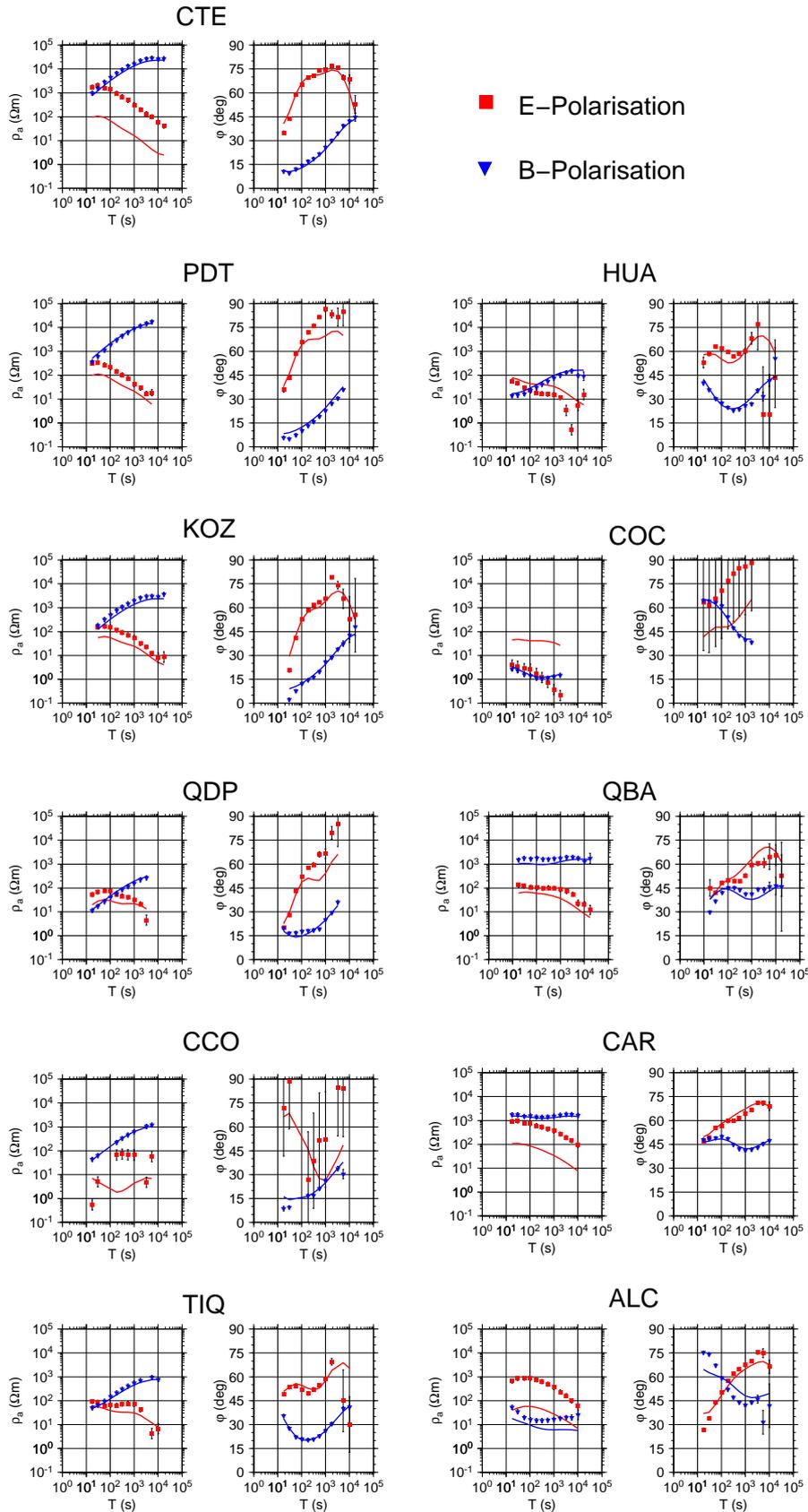


Abbildung A.1: Daten und Modellkurven von den Stationen CTE bis ALC (Längstal bis Westkordillere).

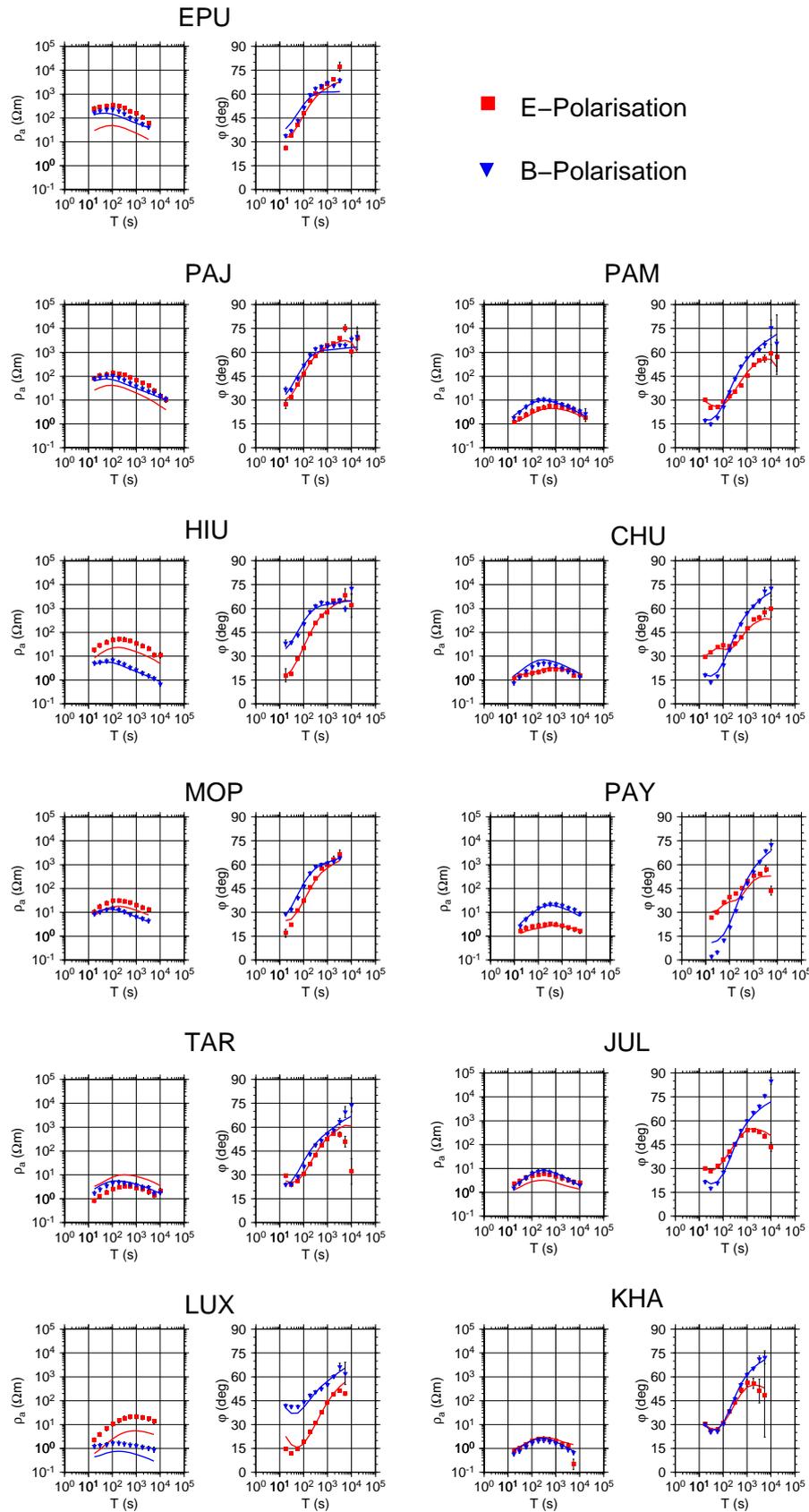


Abbildung A.2: Daten und Modellkurven von den Stationen EPU bis KHA (Westkordillere bis Altiplano).

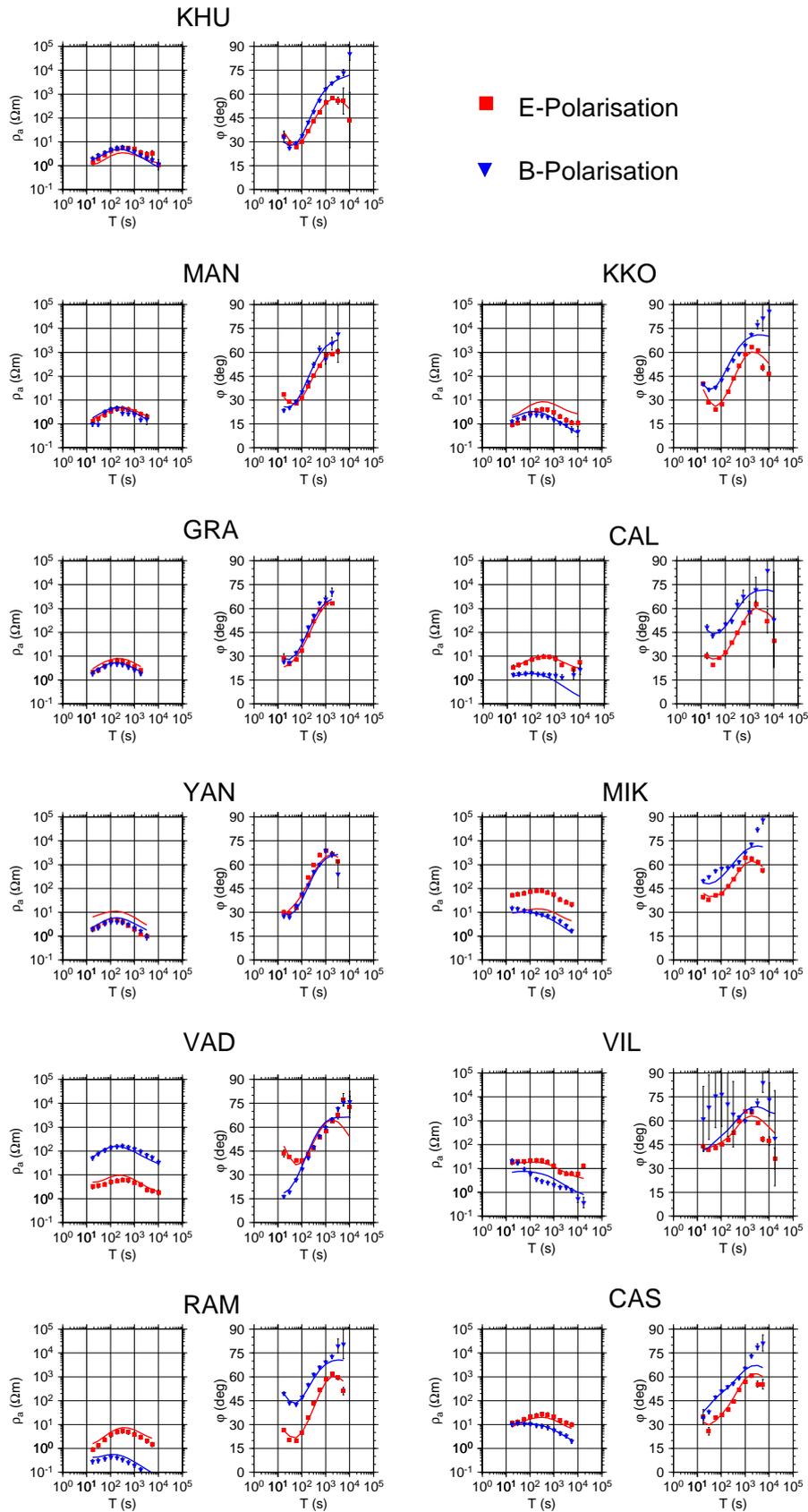


Abbildung A.3: Daten und Modellkurven von den Stationen KHU bis CAS (Altiplano).

Anhang B

Für den Altiplanoleiter (**ACA**) werden hier drei Alternativmodelle vorgestellt, die als A-priori-Modelle in den Inversionsalgorithmus eingebaut worden sind. Wie in Kapitel 5.3 bereits erwähnt wurde, wird das Programm dabei gezwungen, die Form des A-priori-Modells beizubehalten. Es soll dadurch überprüft werden, welche Strukturvorgaben mit den Daten konsistent sind. In Abbildung B.1 oben wird der Altiplanoleiter in mehrere einzelne gut leitfähige Bereiche unterteilt, die in eine etwas hochohmigere Hintergrundleitfähigkeit eingebettet sind. Nach 30 Iterationen ist die Inversion zum Ausgangsmodell zurückgekehrt. Wird der **ACA** a priori von mehreren schlechter leitenden Störungen durchzogen (Abbildung B.2), so bleibt diese Information nach einem erneuten Inversionslauf nahezu erhalten. Auch die Vorgabe eines nach Westen abtauchenden Leiters in Abbildung B.3 wird durch die Inversion nicht verändert. Außerdem wurde auch der Ozean als A-priori-Information verwendet. Da sich das entsprechende Inversionsergebnis unwesentlich von dem ANCORP-Modell unterscheidet, wird es hier nicht dargestellt.

Bis auf das A-priori-Modell in Abbildung B.1 können die gezeigten Beispiele als Alternativmodelle zur in Abbildung 7.1 dargestellten Leitfähigkeitsverteilung auf dem ANCORP-Profil aufgefasst werden. Die jeweilige Anpassung ist mit der im Anhang A gezeigten vergleichbar, wobei die Vorgabe des Ozeans und des abtauchenden Leiters in Abbildung B.3 zu einem geringfügig kleineren Anpassungsfehler führt. Insgesamt stimmen die Modelle jedoch in ihrer Kernaussage überein und zeigen einen ausgedehnten, sehr guten Leiter unter dem Altiplano, der bis in untere Krustenstockwerke reicht und dessen innere Struktur nicht aufgelöst werden kann.

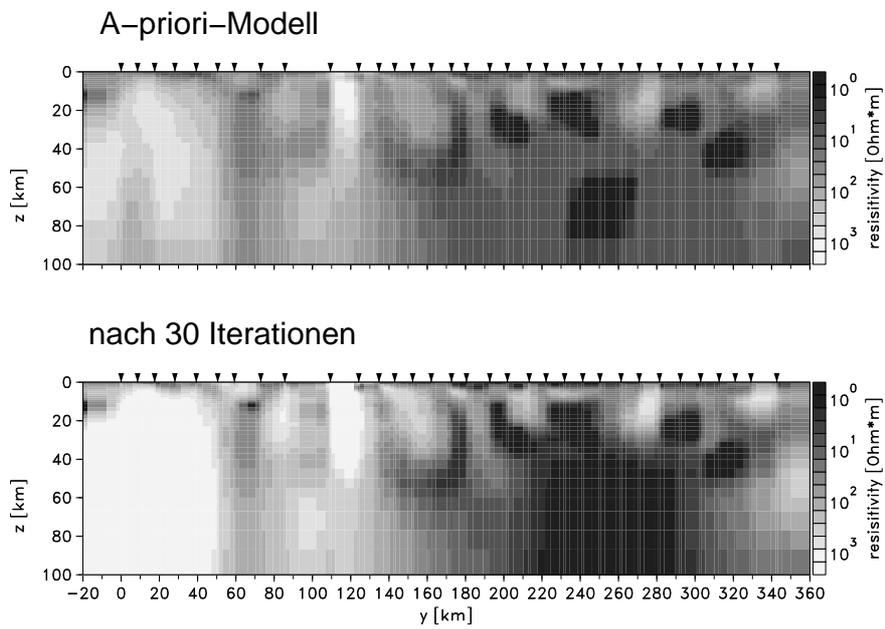


Abbildung B.1: Oben: A-priori-Modell mit isolierten, leitfähigen Strukturen unter dem Altiplano. Unten: Inversionsergebnis nach 30 Iterationen.

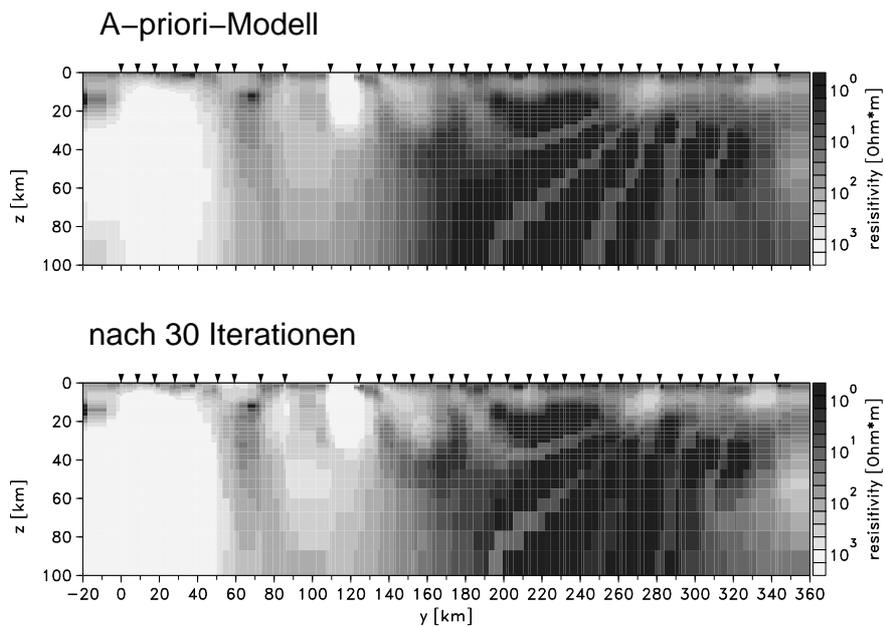


Abbildung B.2: Oben: A-priori-Modell mit zerschertem Altiplanoleiter. Unten: Inversionsergebnis nach 30 Iterationen.

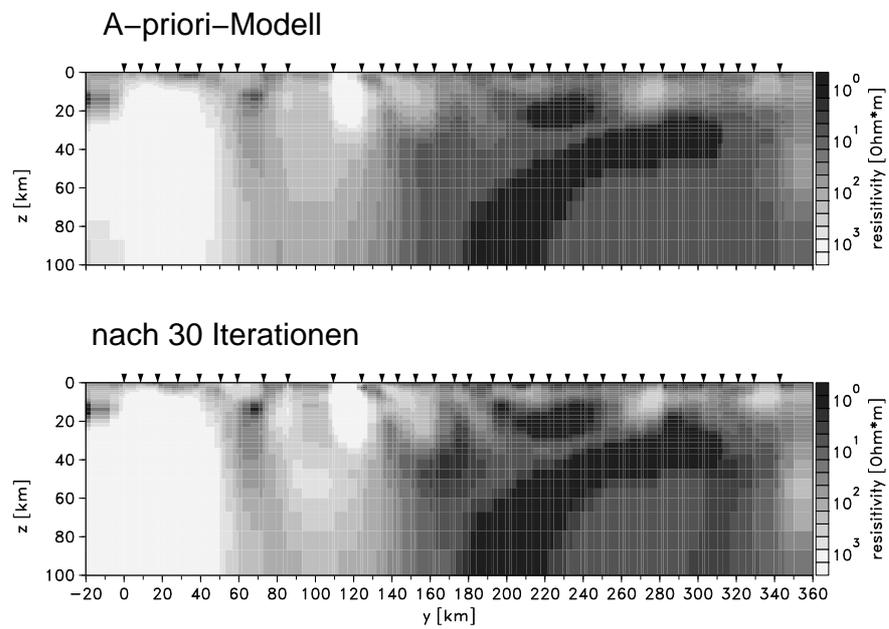
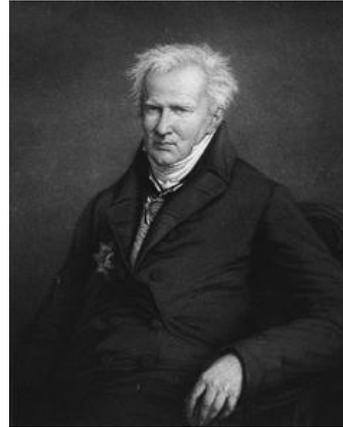


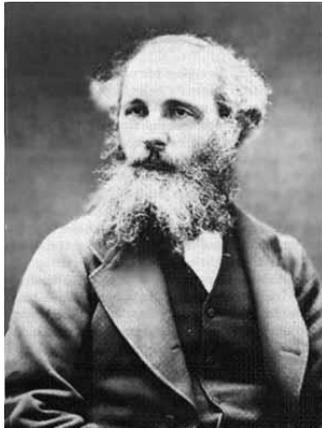
Abbildung B.3: Oben: A-priori-Modell mit abtauchendem Altiplanoleiter. Unten: Inversionsergebnis nach 30 Iterationen.



William von Occam
Franziskanermönch und Logiker
*1285 in Occam, England
† 1349 in München, Bayern



Alexander von Humboldt
Naturforscher und Humanist
*14.9.1769 in Berlin
† 6.5.1859 in Berlin



James Clerk Maxwell
Mathematiker und Physiker
*13.6.1831 in Edinburgh, Schottland
† 5.11.1879 in Cambridge, England



Jacques Salomon Hadamard
Mathematiker
*8.12.1865 in Versailles, Frankreich
† 17.10.1963 in Paris, Frankreich



Cornelius Lanczos
Mathematiker
*2.2.1893 in Szekesfehervar, Ungarn
† 25.6.1974 in Budapest, Ungarn



Andrei Nikolaevich Tikhonov
Mathematiker
*30.10.1906 in Gzhatska, Russland
† 1993

Ahnengalerie

