

Untersuchung der Dimensionalität magnetotellurischer Daten mit Mohrkreisen und Rotationsinvarianten

T. Worzewski^{1*}, V. Haak², H. Brasse¹

¹Freie Universität Berlin, FB Geowiss, FR Geophysik; ²GeoForschungsZentrum Potsdam

Zusammenfassung

Bei der Modellierung von MT-Daten ist gewisse Vorsicht bei der Herangehensweise geboten, da die Daten manchmal in zweidimensionale Interpretationsschemata gedrängt werden, wo diese Annahme doch erst bestätigt werden muss. Eine Dimensionsanalyse mit einem Flussdiagramm und Mohrkreisen bietet verständlichere Ergebnisse als z.B. das klassische Dimensionsmaß Skew nach Swift und hat diesem gegenüber auch den Vorteil, unabhängig von Gleichstromverzerrung zu sein. Die auf eine Dekomposition des Phasentensors beruhende Analyse nach Weaver, Agarwal und Lilley (2003) wird hier anhand synthetischer und realer Daten vorgestellt, modifiziert und diskutiert. Stabilitätsuntersuchungen gegenüber Rauschen und Visualisierung von Gleichstromverzerrung sollen betrachtet dabei werden.

Einleitung

In den letzten Jahrzehnten wurden verschiedene Methoden entwickelt, um aus magnetotellurischen Datenstrukturen Informationen über den Untergrund abzuleiten. Eine dieser Methoden ist die der Mohr'schen Kreise, ein der Spannungstheorie entlehntes Konzept, welches von Lilley (1993) auf die MT übertragen wurde und sich seither in verschiedenen Publikationen mehrerer Autoren immer weiter differenziert hat.

Als Weaver, Agarwal & Lilley (zukünftig als „WAL“ bezeichnet) im Jahr 2000 einen Satz von sieben unabhängigen Rotationsinvarianten vorstellten, um den Informationsgehalt eines Magnetotellurischen Tensors (bzw. Impedanztensors) gänzlich zu charakterisieren, ergab sich die Möglichkeit einer Visualisierung von Gleichstromverzerrung in Mohrdiagrammen. Man kann das Problem dieser Verzerrung umgehen, indem man zur Betrachtung des von Caldwell, Bibby & Brown (2004) vorgestellten Phasentensors übergeht, welcher unabhängig von Gleichstromverzerrung ist. WAL fanden 2003 eine neue Dekomposition des Phasentensors und

entwickelten hieraus eine Mohrkreisdarstellung für den Phasentensor und darüber hinaus ein neuartiges Flussdiagramm für die Entscheidung, ob Datenstrukturen ein-, zwei- oder dreidimensional sind.

Im Rahmen einer Diplomarbeit wurde die Entscheidungslogik des Flussdiagrammes untersucht und geändert, woraufhin beide Diagramme vergleichend auf synthetische und reale Daten angewendet wurden. Weiterhin wurde anhand synthetischer Daten untersucht, inwieweit sich Gleichstromverzerrung in der Mohrkreisdarstellung visualisieren lässt, und inwieweit eine Verrauschung der Daten die Stabilität der Ergebnisse beeinträchtigt. Klassische Dimensionsmaße wie der Skew nach Swift und der nach Bahr wurden dabei vergleichend mituntersucht. Im folgenden sollen die wesentlichen Schritte und Ergebnisse erläutert und zusammengefasst werden.

Vorbemerkungen

Im Folgenden ist vom MT-Tensor \mathbf{M} als Übertragungsfunktion zwischen Elektrischem Feld \mathbf{E} und Magnetischem Fluss \mathbf{B} die Rede, um eine Differenzierung zwischen diesem und dem gebräuchlich verwendeten Impedanztensor \mathbf{Z} zu schaffen, welcher ja mit dem Magnetfeld \mathbf{H} verknüpft ist ($\mathbf{E} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}$). So wie \mathbf{B} und \mathbf{H} stehen dann auch \mathbf{Z} und \mathbf{M} über die magnetische Feldkonstante μ_0 im Zusammenhang ($\mathbf{Z} = \mu_0 \cdot \mathbf{M}$). Es ist also $\mathbf{E} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{B}$ mit $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{xxr} + iM_{xxi} & M_{xyr} + iM_{xyi} \\ M_{yxr} + iM'_{yx_i} & M_{yyr} + iM_{yyi} \end{pmatrix}$. Die Indizes „r“ (bzw. „i“) stehen dabei für Realteil (bzw. Imaginärteil) der entsprechenden Tensorelemente. In den Graphiken und in den Rechnungen wurde die folgende Notation von Weaver (1994) verwendet:

$$\begin{aligned} \xi_1 + i\eta_1 &= 0.5(M_{xx} + M_{yy}), \\ \xi_2 + i\eta_2 &= 0.5(M_{xy} + M_{yx}), \\ \xi_3 + i\eta_3 &= 0.5(M_{xx} - M_{yy}), \\ \xi_4 + i\eta_4 &= 0.5(M_{xy} - M_{yx}). \end{aligned}$$

Wenn von beobachteten Daten die Rede ist, die im 2D-Fall i.a. rotiert bezüglich der Streichrichtung vorliegen, sind entsprechende Tensoren und

*jetzt IFM-Geomar; email: tworzewski@ifm-geomar.de

ihre Elemente durch Hochkommata indiziert (z.B. M'_{xx_r} , oder $\mathbf{M}' = \mathbf{R} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{R}^T$ mit \mathbf{R} der Rotationsmatrix).

Mohrkreise in der MT

Lilley (1993) stellte die Option vor, den Informationsgehalt eines MT- Tensors durch die Methode der Mohrschen Kreise darzustellen. Ihm zufolge kann man für den MT- Tensor zwei Mohrkreise erstellen, indem man Real- und Imaginärteil getrennt voneinander betrachtet. Trägt man dann die beobachteten, reellen MT- Tensorelemente M'_{xx_r} und M'_{xy_r} gegeneinander auf, so entsteht unter Rotation der Messachsen ein Kreis, wobei Kreismittelpunkt die Koordinaten

$$\left(\frac{1}{2}(M_{xy_r} - M_{yx_r}), \frac{1}{2}(M_{xx_r} + M_{yy_r})\right) = (\xi_4, \xi_1)$$

hat, und der Kreisradius gegeben ist durch

$$R = 0.5 \sqrt{(M_{xx_r} - M_{yy_r})^2 + (M_{yx_r} + M_{xy_r})^2}.$$

Analog ergibt sich ein Imaginärkreis aus den imaginären Tensorelementen. In Abb.1 sind Real- und Imaginärkreis eines MT-Tensors in kombinierter Darstellung nach WAL(2000) zu sehen. Mittelpunkt und Radius sind jeweils rotationsinvariant, was bedeutet, dass die Gestalt der Kreise unverändert unter Rotation bleiben. Die Gestalt der Kreise gibt Auskunft über die Dimensionalität der Daten bzw. des Tensors (siehe Abbildungstext).

WAL-Invarianten und Verzerrung

WAL (2000) stellten einen Satz von sieben unabhängigen Invarianten vor, über welche alle anderen Invarianten berechenbar sind. Diese sieben unabhängigen Invarianten plus einem Winkel, der die Orientierung der Referenzachsen definiert, charakterisieren den 8-elementigen komplexwertigen MT-Tensor gänzlich. Das Besondere an ihrem Satz ist, dass die Invarianten

- normiert und somit leicht vergleichbar sind,
- die Invarianten eine Darstellung im Mohrdiagramm haben und
- das Verschwinden einer jeden Invariante eine physikalische Bedeutung hat.

Die sieben unabhängigen Invarianten I_1 - I_7 kann man in drei Gruppen einteilen: die erste Gruppe ist das fundamentale Paar I_1 und I_2 , wenn alle anderen Invarianten Null sind, ist der Tensor eindimensional und scheinbarer Widerstand und Phase

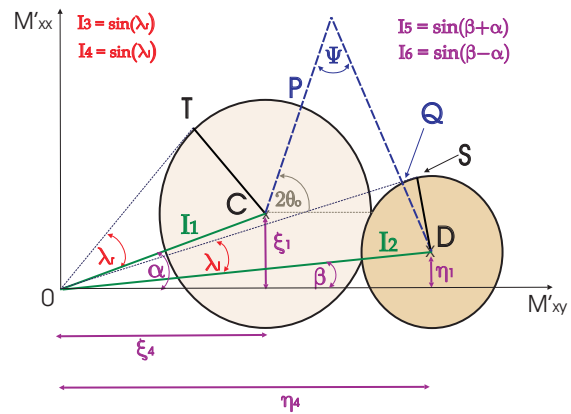


Abbildung 1: Das kombinierte Diagramm für Real- und Imaginärmohrkreis des MT-Tensors mit Invarianten nach WAL (2000). Der Realkreis hat den Mittelpunkt bei C, der Imaginärkreis bei D. Die Kreise sind verknüpft über den Winkel ψ , der dem Winkel zwischen den Vektoren $\vec{C}\vec{P}$ und $\vec{D}\vec{Q}$ entspricht, wobei P der ursprünglich beobachtete Punkt des Realkreises und Q der des Imaginärkreises ist. θ_0 ist der Winkel, durch welchen die originalen Koordinatenachsen rotiert werden müssten, um M_{xy_r} zu maximieren. Im Diagramm sind zu sehen: Das fundamentale Paar I_1 und I_2 („central impedances“), über welche im 1D-Fall die Leitfähigkeit berechnet werden kann (im 1D-Fall schrumpfen die Kreise zu Punkten auf der M'_{xy} -Achse). Die zwei Invarianten I_3 und I_4 , welche die 2D-Anisotropie beschreiben, sind über die Sine der Anisotropiewinkel λ_r und λ_i definiert. Je größer λ_r und λ_i (je größer die Radien der Kreise), desto größer die 2D-Anisotropie. Im 2D-Fall ist $\psi = 0$, d.h. $\vec{C}\vec{P}$ und $\vec{D}\vec{Q}$ sind parallel zueinander. Der Mittelpunkt der Kreise liegt auf der M'_{xy} -Achse. Wenn ein 2D-Fall mit reinem Twist des elektrischen Feldes vorliegt, so ist $I_5 = \sin(\alpha + \beta) \neq 0$ und die Kreismittelpunkte wandern von der M'_{xy} -Achse. Allerdings gilt in diesem Fall $I_6 = \sin(\alpha - \beta) = 0$, was bedeutet, dass $\alpha = \beta$ ist und somit die Strecken I_1 und I_2 auf einer Geraden liegen. Die Invariante I_7 lässt sich nur indirekt über den im Mohrkreis auftretenden Winkel ψ bestimmen.

berechnen sich über diese Invarianten. Die zweite Gruppe bilden I_3 und I_4 , welche Aussagen über die 2D-Anisotropie liefern. Sind I_5, I_6 und I_7 Null, so ist der Tensor 2D. Die dritte Gruppe (I_5, I_6 und I_7) macht Aussagen über Gleichstromverzerrung und Dreidimensionalität. Die Werte der Invarianten $I_3, I_4, |I_5|, |I_6|$ und $|I_7|$ reichen von Null bis maximal Eins. Die graphische Veranschaulichung hierzu ist schematisch in Abb.1 zu sehen.

Um die Auswirkungen von Gleichstromverzerrung zu visualisieren wurden von einem synthetischen Datensatz mehrere 1D- und 2D- MT- Tensoren mit den Parametern Twist, Shear und Anisotropie nach Groom & Bailey (1989) verzerrt. Während im unverzerrten Fall der Skew nach Swift und nach Bahr Null war, erreichte der Skew nach Swift im verzerrten Fall erwartungsgemäß sehr hohe Werte, abhängig von der Größe der Verzerrungsparameter bis über 0.6, was die Unzuverlässigkeit dieses Dimensionsmaßes unter verzerrenden Bedingungen unterstreicht. In Abb.2 ist beispielhaft dargestellt,

wie man in kombinierter Darstellung von Real- und Imaginärmohrkreis auf eine Gleichstromverzerrung schließen kann.

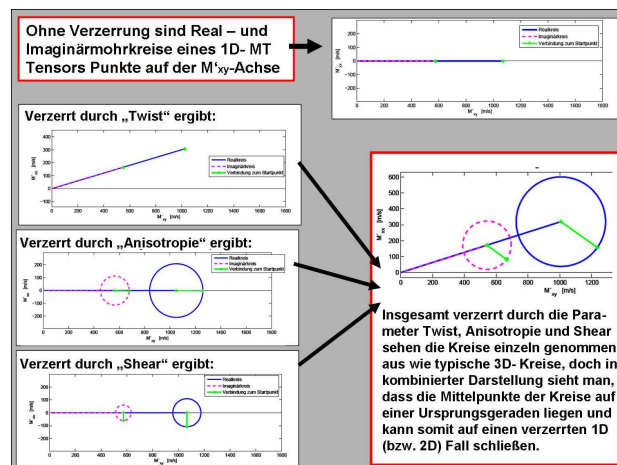


Abbildung 2: Auswirkung von Verzerrung auf einen MT-Tensor. Verzerrungsparameter nach Groom und Bailey (1980).

Dimensionsanalyse mit Flussdiagramm

Caldwell, Bibby & Brown (2004) stellten den Phasentensor vor, eine Konstruktion, in welcher der Imaginärteil des MT-Tensors multipliziert wird mit dem Inversen seines Realteils. Der Phasentensor ist dann eine 2x2-Matrix bestehend aus 4 reellwertigen Elementen, welcher im 2D-Fall symmetrisch ist (und die Symmetrie erhält sich unter Rotation), im 1D-Fall ist er darüber hinaus diagonal. Aus diesen Überlegungen heraus leiteten WAL (2003) eine Gleichung her, welche den Phasentensor über einen Streichwinkel θ_s (sofern dieser denn existiert) und einigen neudefinierten Invarianten ausdrückt:

$$\mathbf{T}^p = J_1 \begin{pmatrix} 1 + I_0 \cos(2\theta_s) & I_0 \sin(2\theta_s) - I_0 I_7 \\ I_0 \sin(2\theta_s) + I_0 I_7 & 1 - I_0 \cos(2\theta_s) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Die hier verwendete Größe J_1 ist eine Rotationsinvariante, die sich teilweise aus Invarianten berechnet, wie sie im vorgeführten Satz von WAL (2000) vorgeschlagen wurden:

$$J_1 = \frac{\xi_1 \eta_1 - \xi_2 \eta_2 - \xi_3 \eta_3 + \xi_4 \eta_4}{\xi_1^2 - \xi_2^2 - \xi_3^2 + \xi_4^2} \equiv \frac{\Im(\det(\mathbf{M}))}{I_1^2(1 - I_3^2)}.$$

Die Gleichung 1 ist für die folgenden Überlegungen fundamental, denn aus dieser leiten WAL die Zerlegung des Phasentensors in drei Komponenten ab, die mit 1D-, 2D- und 3D-Beiträgen identifizierbar sind (siehe Abb.3). Er charakterisiert den Phasentensor durch 3 Rotationsinvarianten J_1, J_2 und J_3 ,

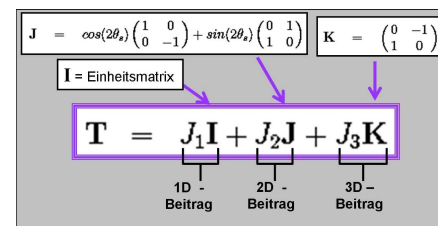


Abbildung 3: Dekomposition des Phasentensors nach WAL (2003)

wobei

$$\begin{aligned} J_2 &= I_0 \cdot J_1, \\ J_3 &= I_7 \cdot J_2 = I_0 \cdot I_7 \cdot J_1. \end{aligned}$$

sind. WAL schlussfolgern, dass wenn $J_1 \gg J_2, J_3$ gilt, der Phasentensor diagonal ist und somit der 1D-Fall vorliegt. Wenn weiterhin J_2 gegenüber J_1 nicht vernachlässigbar ist, aber $J_2 \gg J_3$ gilt, verbleibt der Phasentensor symmetrisch und somit liegt dann der 2D-Fall vor. Im 3D-Fall ist dann J_3 nicht zu vernachlässigen. Dieser Sachverhalt lässt sich in einem Mohrkreis darstellen, welcher dann dieselbe Charakteristiken aufweist, wie die Mohrkreise des MT-Tensors (Abb.4).

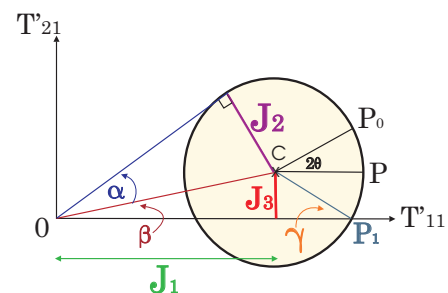


Abbildung 4: Mohrkreis des Phasentensors nach WAL (2003). Abgebildet ist der 3D-Fall. Wiederum gilt: im 2D-Fall liegt der Kreismittelpunkt auf der T_{11} -Achse, im 1D-Fall schrumpft der Kreis zu einem Punkt auf der Achse.

J_1, J_2 und J_3 hängen in ihren Magnitudenverhältnissen offenbar von nur zwei Invarianten ab, I_0 und I_7 , die beide vom Betrag her zwischen Null und Eins liegen. Daher vergleichen WAL nunmehr diese beiden Invarianten zur rechnerischen Bestimmung der Dimensionalität und fußen ihre Entscheidungslogik auf das in Abb.5 (a) dargestellte Flussdiagramm.

Hier ist zu bemerken, dass in WAL's Flussdiagramm an der Stelle zur Prüfung der Eindimensionalität die Bedingung $I_0 < 0.1$ hinreichend ist, da dies $I_0 |I_7| < 0.1$ ohnehin impliziert, d.h. es wird letztlich „nur“ nach I_0 und I_7 abgefragt. Der Wert „0.1“ ist hierbei willkürlich von WAL als Grenzwert gewählt worden, ab dem eine Invariante zu

vernachlässigen ist. Dieser Grenzwert muss bei der Behandlung realer Daten kritisch betrachtet werden.

Die Flussdiagramme in Abb.5 weisen Daten als „ungültig“ zurück, welche nicht 3D zu sein scheinen (also $|I_7| < 0.1$), und dennoch ein von Lilley (1998) formuliertes „fundamentale Kriterium“ verletzen: Bei einem MT- Tensor muss $\det(\Re(\mathbf{M})) > 0$ und $\det(\Im(\mathbf{M})) > 0$ gelten, damit er überhaupt physikalisch sinnvoll behandelbar ist. Graphisch bedeutet dies, dass der Koordinatenursprung weder innerhalb des Real- noch innerhalb des Imaginärmohrkreises liegen darf. Diese Forderung ist erfüllt, solange I_3 und I_4 , welche mit den „determinantal impedances“ verknüpft sind, beide < 1 sind. Laut WAL (2003) sind „ungültige“ Daten möglicherweise in einer hohen lokalen Anisotropie (gegenüber regionalen) begründet.

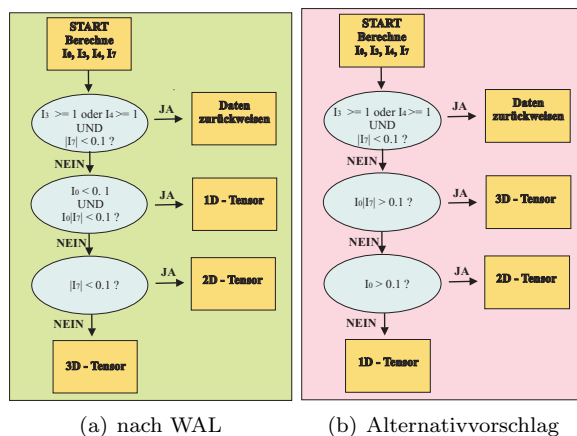


Abbildung 5: (a) Das Flussdiagramm zur Bestimmung der Dimensionalität nach WAL (2003). Das Flussdiagramm weist den Daten eine Dimensionalität zu gemäß der Vorschrift: Ist der Tensor „ungültig“, dann zurückweisen. Wenn 2D- und 3D-Term vernachlässigbar sind (also J_2 und J_3 klein gegenüber J_1 , vgl. Abb.3), so sind die Daten eindimensional. Ist dem nicht so und der 3D-Term ist vernachlässigbar gegenüber dem 2D-Term, dann sind die Daten zweidimensional. Ist der 3D-Term nicht vernachlässigbar, so sind die Daten dreidimensional. (b) Ein alternativer Vorschlag zur Bestimmung der Dimensionalität. Der wesentliche Unterschied besteht nicht nur in der Richtung, sondern darin, dass $|I_7|$ nicht allein darüber entscheidet, ob die Daten 2D oder 3D sind.

Ein Alternativ- Vorschlag: Aus den oben angeführten Betrachtungen ist es sofort erkennbar, wie WAL (2003) zu ihren Bedingungen für die Dimensionalität und dem resultierenden Flussdiagramm kommen. Doch betrachtet man nochmals Gleichung 1, so kann man ebenso folgern, dass

1. wenn $I_0 |I_7|$ nicht vernachlässigbar ist, dann \mathbf{T}' nicht symmetrisch sein kann und ergo der Tensor 3D ist,

2. wenn $I_0 |I_7|$ aber doch vernachlässigbar ist, aber I_0 leider nicht, dann der Tensor zwar nicht diagonal aber zumindest symmetrisch ist und ergo 2D sein muss und
3. wenn schließlich auch noch I_0 vernachlässigbar ist, der Tensor diagonal und ergo nur noch 1D sein kann.

Nach dieser Vorgehensweise kann man ein etwas anderes Flussdiagramm aufstellen (siehe Abb.5 (b)), was sich nicht nur darin von WAL (2003) unterscheidet, dass man rückwärts vorgeht, sondern sich auch in der Abfrage der Parameter unterscheidet. In Abb.5 (b) sieht man, dass nicht I_7 (wie in (a)) sondern vielmehr die Invariante $I_0 |I_7|$ als Entscheidungskriterium für Dreidimensionalität dient. Die folgenden einfachen Zahlenbeispiele sollen Klarheit verschaffen: Sei $\theta_s = 45^\circ$, $I_0 = 0.2$ und $I_7 = 0.2$, so ergibt sich für \mathbf{T}' durch einsetzen in Gl.1:

$$\mathbf{T}' = J_1 \begin{pmatrix} 1 & 0.24 \\ 0.16 & 1 \end{pmatrix}.$$

Betrachtet man dies, so ließe sich darüber streiten, ob \mathbf{T}' im Rahmen der Messgenauigkeit als symmetrisch anzusehen sei oder nicht (in erster Näherung sind $T'_{12} \approx T'_{21} \approx 0.2$). Nach WAL's Flussdiagramm würde der Tensor als 3D eingestuft werden, im alternativen Flussdiagramm aber 2D. Ein weiteres Zahlenbeispiel wird nun betrachtet: Sei $\theta_s = 0^\circ$ (die Tellurik ist also senkrecht bzw. parallel zu der vermeintlichen Streichrichtung ausgerichtet), $I_0 = 0.2$ und $I_7 = 0.3$, so ergibt sich für \mathbf{T}' durch einsetzen in Gl.1:

$$\mathbf{T}' = J_1 \begin{pmatrix} 1.2 & -0.06 \\ 0.06 & 0.8 \end{pmatrix}.$$

Betrachtet man dieses nun, so erscheinen die Nebendiagonalelemente doch vernachlässigbar klein, nach WAL würde die Sachlage als 3D eingestuft werden, nach dem alternativen Diagramm aber als 2D.

Hier wird folgendes klar: WAL betrachten also die Nebendiagonalelemente von \mathbf{T}' in Gl.1, die gegeben sind durch $\{I_0 \sin(2\theta_s) \pm I_0 I_7\}$. Sie bilden das Verhältnis des zweiten Terms in der Summe zum ersten Term, d.h. $I_0 |I_7| : I_0 \sin(2\theta) = |I_7| : \sin(2\theta)$, und nehmen als Abschätzung für den Sinus die obere Grenze seines Wertebereiches (also Eins, d.h. ein Winkel von 90°). Zuletzt fordern sie, dass dieses Verhältnis, welches sich dann zu $|I_7| : 1$ reduziert, vernachlässigbar sein muss um Symmetrie des Phasentensors zu gewährleisten. Während WAL (2003) aber so verfahren, lassen sie dabei außer Acht, dass der Sinus des Streichwinkels so klein sein kann, dass der erste Summand in den Nebendiagonalelementen, also $I_0 \sin(2\theta_s)$ ohnehin vernachlässigbar wird. Denn dann kommt es nur noch darauf an,

ob der verbelebende zweite Summand $I_0 |I_7|$ auch vernachlässigbar ist, um Symmetrie des Tensors zu gewährleisten. Es ist in diesem Falle also unerheblich, ob $|I_7|$ groß ist, solange $I_0 |I_7| < 0.1$ gewährleistet ist. Somit scheint eine Analyse nach dem alternativ vorgeschlagenem Diagramm sinnvoller.

Auswirkung von Verrauschung

Um die Stabilität der Analyse gegenüber Rauschen zu testen, wurden von einem synthetischen Datensatz von WAL (2000) die MT-Tensoren stückweise wie folgt untersucht: Den acht Tensorelementen eines jeden Tensors wurden acht verschiedene Zufallszahlen hinzuaddiert/subtrahiert, die den jeweiligen Originalwert bis zu einem bestimmten Prozentsatz verrauschte. Dieser Vorgang wurde dann 100 Mal wiederholt, um 100 verschiedene verrauschte Realisationen zu erhalten. Von den 100 verrauschten Tensoren wurden dann jeweils die verrauschten Rotationsinvarianten berechnet und verglichen. Zu den 100 Realisationen der Verrauschung wurden die Dimensionalitätsbestimmungen beider Flussdiagramme berechnet und die Mohrkreise abgebildet. Die Invariante I_7 streute im Vergleich zu

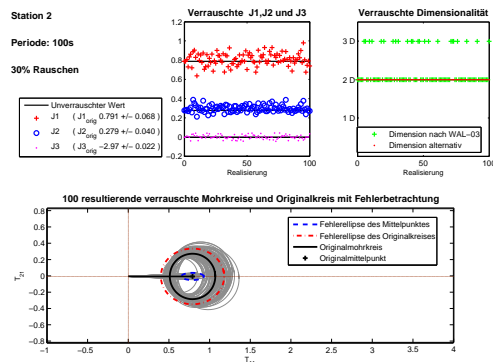


Abbildung 6: 30%-ige Verrauschung. Links oben: 100 Realisationen der verrauschten J_1, J_2 und J_3 , in der Legende (ganz links) sind die unverrauschten Werte mit Standardabweichung gegeben. Unten sind die 100 resultierenden Mohrkreise in grau eingezeichnet. Der unverrauschte Kreis ist schwarz, und um diesen wurden gemessen an den berechneten Standardabweichungen Fehlerellipsen für Mittelpunkt und Radius gezogen, um eine Möglichkeit einer graphischen Fehlerbetrachtung eines Mohrkreises zu geben. Rechts oben sind die Dimensionsergebnisse beider Diagramme dargestellt, erst bei 30% streut WAL's erheblich (grüne Kreuze), während das alternative Diagramm stabil bleibt (alle roten Punkte markieren 2D).

den anderen Invarianten besonders stark, doch beide Flussdiagramme bestimmten die Dimensionalität zuverlässig bis zu einer Verrauschung der Daten von 10%. Erst bei 30%-iger Verrauschung traten erhebliche Schwankungen in der Dimensionsanalyse nach WAL auf, während sich die alternative

als stabiler erwies (siehe Abb.6). Skewwerte blieben auch bei hoher Verrauschung klein (<0.2).

Anwendung auf ein ideales 2D-Modell

In Abb.7 (oben) ist das 2D-Modell zu sehen. Über einer zweidimensionalen Leitfähigkeitsverteilung sind an der Oberfläche alle 10 km insgesamt elf Stationen angesiedelt (U-1 bis U-11). Per 2D-Vorwärtsmodellierung in WinGlink wurden zu allen elf Stationen die MT-Tensoren für Perioden von 17s - 10000s berechnet. Die Hauptdiagonalelemente sind, wie es auch zu erwarten ist, allesamt Null. Daraus ergibt sich auch, dass der Skew nach Swift und der phasensensitive nach Bahr für alle Stationen und Perioden Null sind.

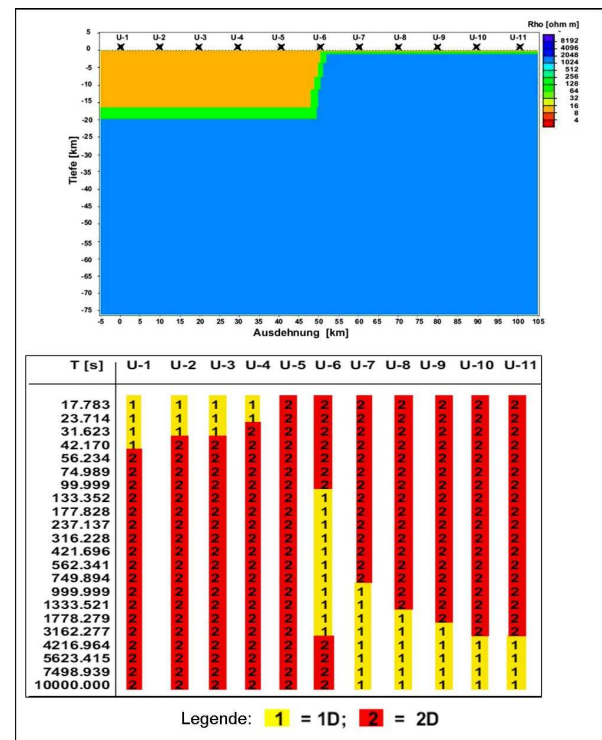


Abbildung 7: Oben: Das synthetische 2D-Modell (erstellt von Anne Neska, pers. Mitt.). Links ist eine 17 km dicke gutleitende Schicht von ca. 30 Ω m, darunter eine 3 km dicke Schicht von ca. 100 Ω m. In 50 km Entfernung (bei U-6) liegt eine vertikale Grenze, die diese Region von dem uniformen Viertelraum (1000 Ω m) trennt. Unten: Das Dimensionalitätsdiagramm (siehe Text).

Anhand der Tensorelemente wurden die Invarianten berechnet und das Flussdiagramm zur Bestimmung der Dimensionalität angewendet (Abb.7 unten). Das Flussdiagramm nach WAL und das alternative lieferten fast identische Ergebnisse. Erfreulich in Abb.7 (unten) ist die Tatsache, dass die Stationen U-1 bis U-5 zeigen, was man erwartet: Für kleine Perioden liegt der Induktionsraum innerhalb der gutleitenden Schicht, so dass von die-

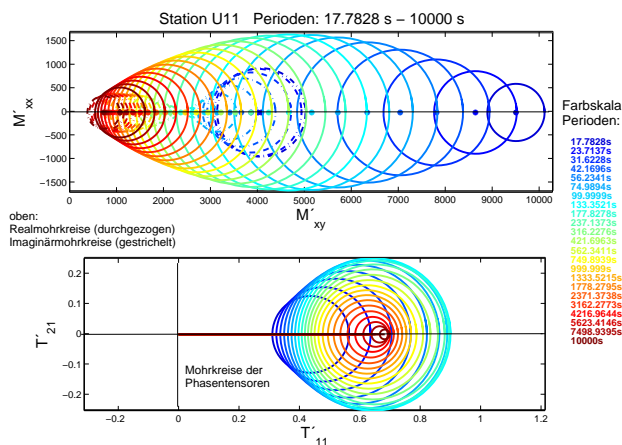


Abbildung 8: Mohrkreise der Station U-11 zu allen Perioden (Farbskala rechts). Oben: Imaginär- und Realkreise in kombinierter Darstellung. Unten: Mohrkreise der Phasentensoren.

sem Standpunkt aus die Welt 1D aussieht. Erst für größere Perioden wird die 2D-Struktur wahrgenommen. Um so näher die Stationen an der Grenzfläche zur 2D-Struktur (also bei U-6) liegen, um so eher umfasst der Induktionsraum auch schon bei kleineren Perioden die 2D-Struktur, so dass folglich die Dimensionalität auf 2D „anwächst“. Man erwartet also eine Art „Treppenstruktur“ von U-1 bis U-6, was auch zu sehen ist.

Mit der Gleichung für die Skintiefe lässt sich dies noch mehr verdeutlichen: Bei der Periode $T = 17.18 \text{ s}$ beträgt die Skintiefe δ unter Station U-1 etwa 12 km, wenn man in $\delta \approx 0.5\sqrt{\rho T}$ einen spezifischen Widerstand von $\rho = 30 \Omega\text{m}$ einsetzt. Also kann diese Station die 50 km entfernte 2D-Struktur nicht erkennen, die nur 10 km entfernte Station U-5 hingegen erkennt bereits die 2D-Struktur. Unter den Stationen U-7 bis U-11 ist bei der Periode $T = 17.18 \text{ s}$ ein Induktionsraum mit Radius 66 km definiert, wenn man in der Gleichung der Skintiefe $\rho = 1000 \Omega\text{m}$ einsetzt, also erkennen alle Stationen auch bei der kleinsten Periode die 2D-Struktur.

Eine mögliche Erklärung für die 1D-Wertungen bei großen Perioden liefert folgende Überlegung: Berechnet man die Skintiefe für $T = 4216.9 \text{ s}$ (die Periode, ab welcher unter U-9 im Dimensionalitätsdiagramm alles 1D aussieht) und $\rho = 1000 \Omega\text{m}$ ein, so ergibt sich eine Skintiefe von 1027 km (!). Die leitfähige Region müsste von diesem Standpunkt aus als vernachlässigbare oberflächennahe Schicht in einem ansonsten 1D-Modell gewertet werden.

Doch ist der Wechsel von einer 2D-Wertung zu einer 1D-Wertung nicht so abrupt, wie es erscheint, was besonders gut in der graphischen Darstellung verfolgt werden kann. In Abb.8 sind oben die Real- und Imaginärmohrkreise zu allen Perioden abgebildet, und unten die Mohrkreise der Phasentensoren.

Als erstes fällt auf, dass alle Kreismittelpunkte auf der M'_{xy} - bzw. T'_{11} -Achse liegen (Für Imaginär- und Realkreise bedeutet das $I_5, I_6, I_7 = 0$, für die Phasentensorkreise $J_3 = 0$). Es kann sich daher um höchstens 2D-Fälle handeln. Man sieht oben bei den Realkreisen, dass bis zu einer bestimmten Periode (bis ca. 177 s, grün) mit wachsender Periode die Radien der Kreise größer werden, d.h. die Anisotropiewinkel in den Real- und Imaginärkreisen (und somit I_3, I_4) wachsen mit der Periode an, und diese dienen ja als ein Maß für die 2D-Anisotropie. Ab $T \approx 177 \text{ s}$ reduziert sich die Zweidimensionalität zunehmend. Deutlicher ist diese Entwicklung bei den Phasentensorkreisen in Abb.8 (unten) zu beobachten: Erst nimmt die Zweidimensionalität kontinuierlich mit der Periode zu bis $T \approx 177 \text{ s}$ (grün), um dann stetig abzunehmen (Phasentensorkreise schrumpfen auf Punkte zusammen), bis schließlich die Sachlage als 1D eingestuft wird (im Flussdiagramm abhängig vom gewählten Grenzwert in der Abfrage).

Es handelt sich bei Station U-11 also um einen kontinuierlichen Übergang zur Eindimensionalität der Tensoren und nicht um einen abrupten Wechsel, was das Dimensionalitätsdiagramm anmuten lässt. Daher ist es ratsam, beides in Kombination zu betrachten: Das Dimensionalitätsdiagramm für eine schnelle Einschätzung der Gesamtverhältnisse und die Mohrkreise im einzelnen für die genaue Entwicklung der Dimensionalität über die Perioden zu allen Stationen.

Anwendung auf reale Daten

Die vorgestellten Dimensionsanalysen wurden auf zwei reale Datensätze, die aus internationalen Großprojekten stammen, angewendet: Daten aus Polen, die im Projekt EMTESZ aufgenommen wurden, und Daten aus Jordanien des Projektes DESERT. Um Näheres über diese Projekte zu erfahren sei der interessierte Leser auf Brasse (2006) und die anderen Beiträge des EMTESZ-Blockes in diesem Band bzw. Ritter (2003) verwiesen.

U.a. darauf gestützt, dass die Daten aus Jordanien nach Betrachtungen von Ritter (2003) der Annahme einer vorliegenden 2D-Struktur gehorchten, scheint es bei realen Daten sinnvoll,

1. die Grenzwerte in der Abfrage der Flussdiagramme zu erhöhen (auf etwa 0.2) und
2. das alternative Flussdiagramm zur Dimensionsanalyse dem von WAL vorzuziehen.

Tut man dies, so ergibt sich, dass die weitgehend ungestörten Daten aus Jordanien als 2D bestätigt

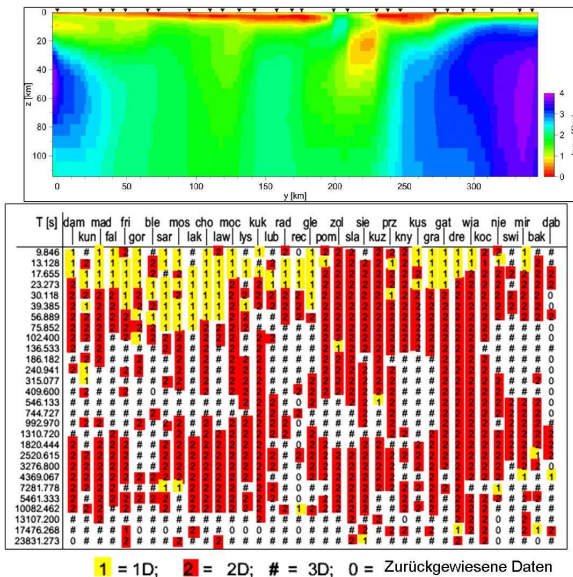


Abbildung 9: Auswertung der Daten des Projektes EM-
TESZ. Oben: Ein vorläufiges 2D-Inversionsmodell von
H.Brasse, A.Neska (pers.Mitt.), zur Erläuterung dessen wird
auf die anderen Beiträge des EMTESZ-Blockes verwiesen
und Brasse (2006). Unten: Das Dimensionalitätsdiagramm.
Die Ergebnisse des alternativen Flussdiagrammes sind ge-
zeigt mit einer Erhöhung der Grenzwertes in der Abfrage
auf 0.2.

werden können, aber viele der Daten aus Polen den-
noch 3D sind (siehe Abb.9).

Von den Daten aus Polen ist in den Abbildun-
gen 10, 11(a) und (b) am Beispiel der Station
WIA gezeigt, wie die Darstellung durch Mohrkrei-
se und Interpretation durch Rotationsinvarianten
möglich ist. Man kann Trends in der Entwicklung
der Dimensionalität über die Perioden ablesen und
Hinweise auf Gleichstromverzerrung erkennen. Das
Dimensionalitätsdiagramm läßt durch „Treppen-
strukturen“ Rückschlüsse auf Grenzstrukturen zu,
allerdings kann die wesentliche geologische Struk-
tur (TTZ) hierdurch nicht erkannt werden.

Schlussfolgerung

Das Flussdiagramm zur Bestimmung der Dimen-
sionalität funktioniert bei synthetischen Daten sehr
gut und lässt durch „Treppenstrukturen“ auch Hin-
weise auf Leitfähigkeitsgrenzen zu. Es empfiehlt
sich die modifizierte Version (das alternativ vorge-
schlagene) zu benutzen und bei realen Daten zudem
den Grenzwert in der Abfrage zu erhöhen (etwa auf
0.2). Ergänzend zum Dimensionalitätsdiagramm
bietet die Mohrkreisdarstellung des Phasentensors
eine gute graphische Methode, um die genaue Ent-
wicklung der Dimensionalität der Tensoren mit der
Periode zu veranschaulichen, während die kombi-
nierte Darstellung von Real- und Imaginärkreisen

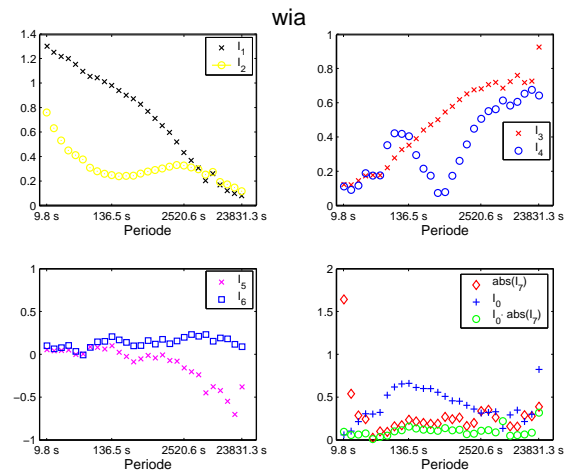


Abbildung 10: Die WAL-Invarianten zu allen Perioden der
Station WIA. Links oben: I_1, I_2 , rechts oben: I_3, I_4 , links
unten: I_5, I_6 , rechts unten: $|I_7|, I_0, I_0 \cdot |I_7|$. Für kleine Peri-
oden liegt gleichstromverzerrter 1D bis 2D Tensor vor (so-
lange I_3, I_4 klein sind, ist der Tensor 1D), denn I_5, I_6 sind
vernachlässigbar klein. An I_0 kann man verfolgen, wie der
verhältnismäßige 2D- Beitrag im Phasentensor erst ansteigt
und ab ca. 100 s wieder abnimmt bis ca. 4000 s.

bzw. die Darstellung der WAL-Invarianten Hinwei-
se auf Gleichstromverzerrung liefert.

Die Analyse erweist sich rechnerisch und graphisch
als stabil gegenüber Rauschen, was eine graphische
Fehlerbetrachtung unnötig macht.

Die Anwendung auf reale Daten aus Polen zeigt ei-
nerseits verständliche Aspekte (1D-Strukturen bei
kurzen Perioden), andererseits aber auch viele drei-
dimensionale Strukturen für die Daten bei middle-
ren Perioden, die nicht verständlich sind. 3D- Mo-
dellierungen erscheinen hier demnach sinnvoll, um
ein klares Abbild der elektrischen Eigenschaften des
Untergrundes zu erhalten.

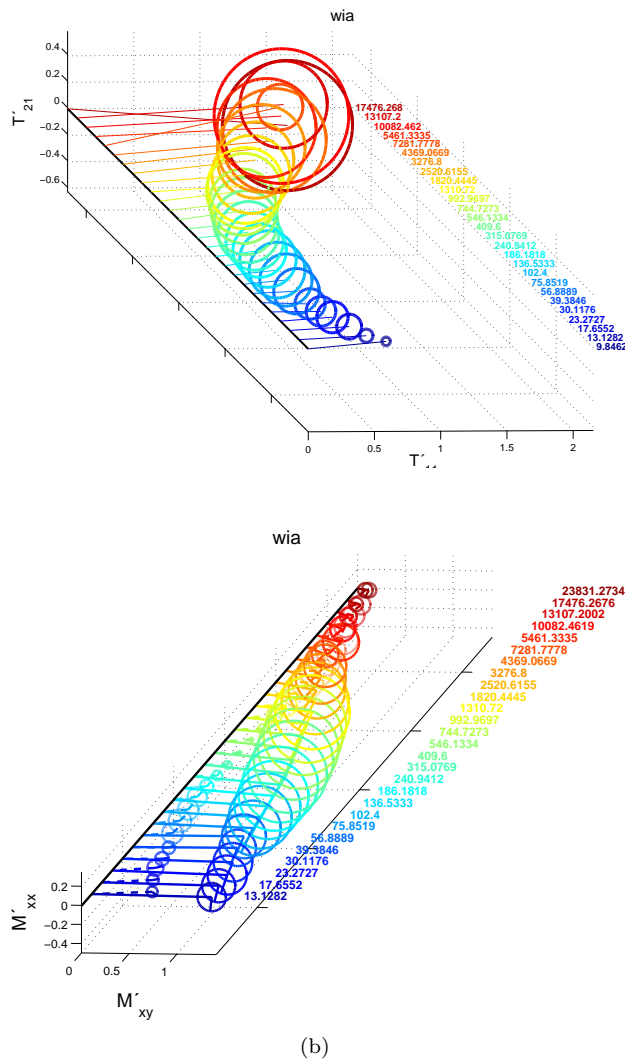


Abbildung 11: Mohrkreise der Station WIA, zur besseren Überschaubarkeit in einer dreidimensionalen Darstellungsform. Rotiert man das Achsengitter entsprechend, ergibt sich die bekannte Darstellung (wie z.B. in Abb.8). (a) Imaginär- und Realmohrkreise: Ein Vorteil dieser Darstellungsart ist, dass man durch Rotation des Achsengitters direkt ablesen kann, wo z.B. Gleichstromverzerrung vorliegt. (b) Phasentensormohrkreise.

Literatur

[1] Brasse, H., Cerv, V., Ernst T., Jozwiak, W., Pedersen, L.B.B., Varentsov, Iv.M., and EMTESZ-Pomerania Working Group, 2006, *Probing the electrical conductivity structure of the Trans-European Suture Zone*, EOS Trans. AGU, in review

[2] Caldwell, T. G., Bibby, H. M., and Brown, C., 2004, *The magnetotelluric phase tensor*, Geophysical Journal International, **158** (2), p.457-469

[3] Groom, R. W. and Bailey, R. C., 1989, *Decomposition of Magnetotelluric Impedance Tensors in Presence of Local Three-Dimensional Galvanic Distorsion*, Journal of Geophysical Research, **94**, p.1913-1925

[4] Lilley, F. E. M., 1993, *Magnetotelluric analysis using Mohr circles*, Geophysics Online, **58**, p.1498-1506

[5] Lilley, F. E. M., 1993, *Mohr circles in magnetotelluric interpretation. 1. Simple static shift. 2. Bahr analysis*, J. Geomagn. Geoelectr., **45**, p.833-839

[6] Lilley, F. E. M., 1998, *Magnetotelluric tensor decomposition: Part I, Theory for a basic procedure*, Geophysics, **63**, p.1885-1897

[7] Ritter, O., Ryberg, T., Weckmann, U., Hoffmann-Rothe, A., Abueladas, A., Garfunkel, Z. and DESERT Research Group, 2003, *Geophysical images of the Dead Sea Transform in Jordan reveal an impermeable barrier for fluid flow*, Geophysical Research Letters, **30**, p.1741-1744

[8] Weaver, J. T., 1994, *Mathematical Methods for Geoelectromagnetic Induction*, Wiley, New York, **158** (2)

[9] Weaver, J. T., Agarwal, A. K. and F. E. M. Lilley, 2000, *Characterisation of the magnetotelluric tensor in terms of its invariants*, Geophysical Journal International, **141**, 321-336

[10] Weaver, J. T., Agarwal, A. K. and F. E. M. Lilley, 2003, *The relationship between the magnetotelluric invariants and the phase tensor of Caldwell, Bibby and Brown*, 3DEMIII Workshop, Adelaide