

Schwingungen in TEM Sendesignalen zu frühen Zeiten

Stefan L. Helwig¹, Nicolai O. Kozhevnikov²

Zusammenfassung

Bei TEM-Messungen treten teilweise zu sehr frühen Zeiten Vorzeichenwechsel und Verzerrungen in den Transienten auf, die auf Schwingungen im Sendestrom zurückgeführt werden können. Frequenz und Amplitude dieser Schwingungen sind offensichtlich abhängig von der Messlokation. So sind die Schwingungen z.B. in hochohmigen Gegenden stärker ausgeprägt. Wir diskutieren ein übliches Ersatzschaltbild für eine TEM-Sendespule und zeigen die Grenzen dieses Modells auf. Die Ursache der Schwingungen diskutieren wir anhand eines neuen Modells, das die Leiterschleife des TEM-Senders als eine Fernleitung mit Widerstands-, Kapazitäts- und Induktivitätsbelag auffasst. Dabei zeigen wir durch Messungen und Modellrechnungen, dass der Sendestrom nicht auf allen Punkten der Leiterschleife zeitgleich verläuft und dass die Ursache der Schwingungen eine stehende Welle, verursacht durch eine Fehlanpassung des Leitungswellenwiderstands der Leiterschleife, ist. Wir zeigen, dass die korrekte Anpassung des Leitungswellenwiderstands unter anderem von der Feuchte des Bodens und damit von äusseren Bedingungen abhängig ist.

1. Einleitung

Bei verschiedenen TEM-Messungen wurden zu frühen Zeiten Vorzeichenwechsel in den Transienten beobachtet, die regelmäßig an allen Stationen in einem Gebiet auftraten und für die es offensichtlich keine geologische Ursache gab (Steuer, 2002). Eine genauere Untersuchung zeigte, dass die Vorzeichenwechsel in den Messdaten auf Schwingungen im Sendestrom zurückzuführen waren. Dabei stellte sich heraus, dass es offensichtlich Regelmäßigkeiten für das Auftreten derartiger Schwingungen gibt. Sie waren offensichtlich bei kleineren Sendespulen stärker als bei großen und waren über hochohmigen Untergründen stärker ausgeprägt als über gut leitenden. Entsprechende Beobachtungen wurden auch von anderen Nutzern von TEM-Systemen gemacht (Zakharkine pers. Mitt).

Da diese Schwingungen die Messergebnisse von TEM-Messungen stark stören können, beschlossen wir sie genauer zu untersuchen.

Bei TEM-Messungen zur Erkundung oberflächennaher Strukturen wird als Anregung typischerweise eine Leiterschleife genutzt durch die ein Gleichstrom I geschickt wird. Zur Anregung eines elektromagnetischen Feldes wird der Stromkreis zum Zeitpunkt $t = 0$ unterbrochen.

Abbildung 1 zeigt ein einfaches Äquivalenzschaltbild eines TEM-Senders mit angeschlossener Sendespule. Eine regelbare Spannungsquelle U mit Innenwider-

stand R_i verursacht den Strom I in der Sendespule. Dabei ist im Rahmen dieses Artikels mit Sendespule immer die Kombination von Leiterschleife (Kabel) und Dämpfungswiderstand R_d gemeint, der auftretende Schwingungen dämpft. Der Strom I spaltet sich auf in einen Teil I_1 der durch den Dämpfungswiderstand und einen Teil I_2 der durch die Leiterschleife fließt. Die Leiterschleife wird durch ihre Impedanz Z , genauer gesagt durch die Parameter Widerstand R , Induktivität L und Kapazität C charakterisiert.

Dieses Schaltbild ist, wie wir später zeigen werden, nur eine vereinfachte Annäherung an einen TEM-Sender mit Sendespule, ist aber sehr hilfreich, um die verwendeten Messmethoden zu diskutieren.

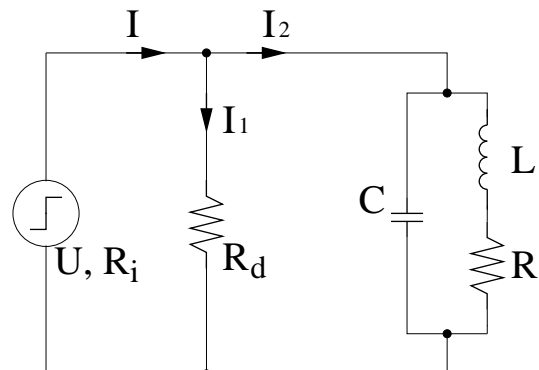


Abbildung 1: Vereinfachtes äquivalentes Schaltbild eines TEM-Senders mit Sendespule.

¹Institut für Geophysik und Meteorologie der Universität zu Köln

²Institut für Geophysik des Sibirischen Zweigs der Russischen Akademie der Wissenschaften

Um das Verhalten genauer zu charakterisieren untersuchen wir den Strom I_2 , der durch die Leiterschleife fließt. Nach den Kirchhoffschen Gesetzen gilt:

$$I = I_1 + I_2 \quad (1)$$

$$I_1 R_d = I_2 Z \quad (2)$$

Das kann umgeformt werden zu:

$$I_2 = I \frac{R_d}{Z + R_d} \quad (3)$$

Betrachtet man zunächst einen harmonischen Strom der Form $\tilde{I} = \tilde{I}_0 e^{i\omega t}$ so lässt sich die Schaltung im Frequenzbereich analysieren. Z wird beschrieben als Parallelschaltung zweier Impedanzen $Z_1 = i\omega L + R$ und $Z_2 = \frac{1}{i\omega C}$:

$$Z = \frac{i\omega L + R}{(i\omega)^2 CL + i\omega CR + 1} \quad (4)$$

Durch die Kombination der Gleichungen 3 und 4 lässt sich eine analytische Beschreibung des Stroms durch die Leiterschleife im Frequenzbereich \tilde{I}_2 herleiten. Es gilt:

$$\tilde{I}_2(\omega) = \tilde{I}(\omega) \frac{(i\omega)^2 CLR_d + i\omega CRR_d + R_d}{(i\omega)^2 CLR_d + i\omega(CRR_d + L) + R_d + R} \quad (5)$$

Da beim TEM-Verfahren das System nicht harmonisch sondern mit einem abrupt abgeschaltetem Gleichstrom angeregt wird, muss der Stromverlauf nach einer Stufenanregung berechnet werden. Dazu muss Gleichung 5 Laplace-transformiert und integriert werden. Es folgt (siehe Anhang):

$$I_2(t) = 1 + \frac{A - \alpha}{b} e^{-at} \sin bt + \frac{B - \beta}{a^2 + b^2} \left(1 - \frac{e^{-at}}{b} (a \sin bt - b \cos bt) \right) \quad (6)$$

$$\text{Mit } A = \frac{R}{L}; B = \frac{1}{CL}; \alpha = \frac{CRR_d + L}{CLR_d}; \beta = \frac{R_d + R}{CLR_d}; \\ a = \frac{\alpha}{2} \text{ and } b = \sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}$$

Die Auswirkung verschiedener Dämpfungswiderstände ist auf Abbildung 2 dargestellt. Die Kurven wurden nach Formel 6 berechnet. Es wurden dabei für Widerstand, Kapazität und Induktivität typische Werte für eine quadratische Spule mit 10 m Kantenlänge zu Grunde gelegt. Bei einer zu großen Wahl von R_d (blaue Kurve mit $R_d = 280 \Omega$) schwingt der Strom nach dem Abschalten, bei zu kleiner Wahl von R_d (rote Kurve mit $R_d = 70 \Omega$) wird das System überdämpft

und der Strom klingt langsamer als notwendig ab. Wird komplett auf R_d verzichtet halten die Schwingungen lange an. Da es für die Auswertung der im nächsten Abschnitt vorgestellten Messungen wichtig ist, betrachten wir zunächst zwei Spezialfälle, bei denen jeweils kein Dämpfungswiderstand benutzt wird.

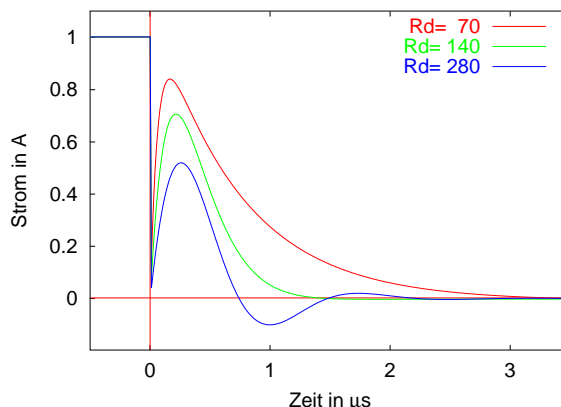


Abbildung 2: Berechnete Stromverläufe von Ausschaltvorgängen für verschiedene Dämpfungswiderstände. Die Werte für R_d sind in Ω angegeben.

Strom- und Spannungsverlauf beim Ausschalten

War der Strom I lange genug eingeschaltet, so ist der Stromfluss nur durch den Widerstand R bestimmt. Der Kondensator C ist voll aufgeladen und trägt die Quellspannung U . Die Induktivität L spielt keine Rolle da sich der Stromverlauf zeitlich nicht mehr ändert.

Wird die Quelle spontan abgeschaltet beginnt der Kondensator sich über die Induktivität und den Widerstand zu entladen, und es kommt zu einer freien gedämpften Schwingung. Diese hat die Kreisfrequenz:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad (7)$$

Strom- und Spannungsverlauf beim Einschalten

Beim Einschalten des Stroms verhält sich das System anders. Unter der Voraussetzung, dass sowohl die Kapazität C als auch der Innenwiderstand der Quelle R_i klein ist, ist C quasi sofort aufgeladen. Der Einschaltverlauf des Stroms ist daher im wesentlichen durch R und L gegeben und es gilt:

$$I(t) = I_0 (1 - e^{-\tau t}) \quad (8)$$

Mit $\tau = R/L$. Bei bekanntem Widerstand (Innenwiderstand der Quelle muss berücksichtigt werden) kann somit aus der Einschaltkurve die Induktivität der Spule bestimmt werden.

Sind Widerstand und Induktivität bekannt, kann aus der Schwingfrequenz beim Ausschalten mit Gleichung 7 die Kapazität C bestimmt werden.

chung 7 die Kapazität der Anordnung bestimmt werden. Es gilt:

$$C = \frac{1}{L\omega^2 + \frac{R^2}{4L}} \quad (9)$$

In diese Kapazität gehen aber auch alle Kapazitäten der Zuleitung sowie die Schichtkapazitäten der Halbleiter die zum Trennen des Stromkreises verwendet werden mit ein. Daher können die beobachteten Werte für unterschiedliche Sender und Zuleitungen verschieden sein.

2. Messungen an Leiterschleifen verschiedener Größen

Zur Durchführung der Messungen wurde ein Sender gebaut, der lediglich aus einer Batterie, einem Widerstand zur Strombegrenzung, einem als Schalter fungierenden Mosfet Transistor und einem Zeitgeber besteht (siehe Abbildung 3). Der Widerstand zur Strombegrenzung ist zur Vereinfachung zusammen mit dem Innenwiderstand der Batterie als R_i angegeben. Der Transistor unterbricht die Batteriespannung periodisch. Aufgrund von R_i , R_d und der Impedanz der Leiterschleife stellt sich ein Strom ein. Die Stromrichtung wird nicht kommutiert. Sender von kommerziellen Apparaturen wurden bewusst nicht verwendet, damit die benutzte Schaltung genau bekannt ist und gegebenenfalls angepasst werden kann.

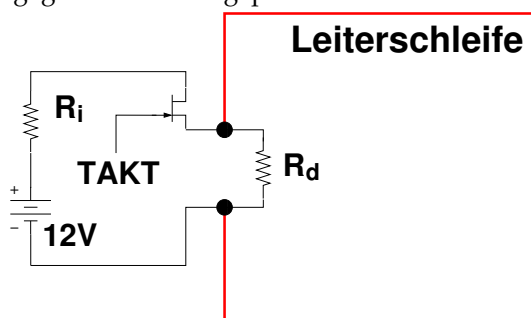


Abbildung 3: Schema der verwendeten Sendeanordnung

Die Sendespule wurde aus einer einadrigen Litze mit $0,69\text{mm} \varnothing \cong 1,5\text{mm}^2$ Querschnittsfläche gebildet. Sie wurde stets quadratisch ausgelegt. Für verschiedene Kantenlängen wurden je drei Messungen durchgeführt.

Zunächst wurden die Schwingungen beim Ausschalten ohne Verwendung des Dämpfungswiderstands ($R_d = \infty$) bestimmt. Dazu wurde jeweils die Spannung über den beiden Anschlusspunkten der Spule mit einem tragbaren Oszilloskop gemessen.

Abbildung 4 zeigt ein Beispiel für eine solche Messung an einer Spule mit 50 m Kantenlänge. Die blaue Markierung zeigt die Länge der bestimmenden Periode. Sie beträgt in diesem Fall $4,5 \cdot 10^{-6}$ s. Die maximal auftretenden Spannungen liegen deutlich über der des Gleichstroms (12 V), der vor dem Abschalten durch das Kabel floss.

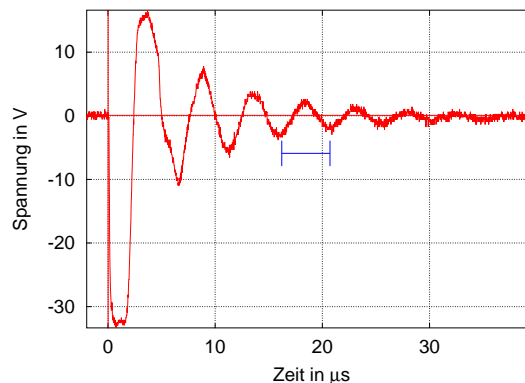


Abbildung 4: Schwingungen in der Spannung nach dem Abschalten des Sendestroms (ohne Dämpfungswiderstand).

Für die verschiedenen Kantenlängen sind die bestimmenden Perioden der Schwingungen auf Abbildung 5 dargestellt. Es zeigt sich, dass die Periode linear mit der Kantenlänge zunimmt.

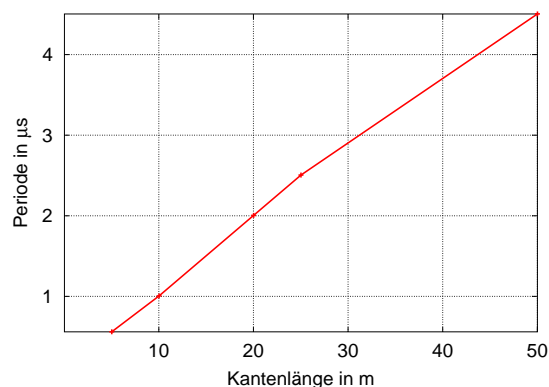


Abbildung 5: Abhängigkeit der Schwingungsperiode von der Kantenlänge der Leiterschleife.

Als zweites wurde jeweils das zeitliche Verhalten beim Einschalten des Stroms gemessen. Dazu wurde an der dem Anschluss des Senders gegenüberliegenden Ecke der Spule ein Widerstand (Shunt) von 1Ω eingefügt, über dem der Stromverlauf mit dem Oszilloskop gemessen wurde.

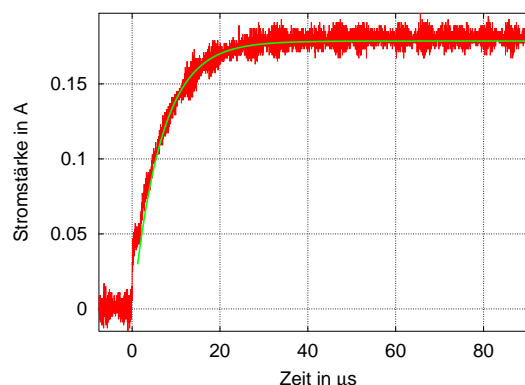


Abbildung 6: Zeitliches Verhalten des Stroms nach dem Einschalten in einer $50 \times 50 \text{m}^2$ Spule.

Abbildung 6 zeigt den Verlauf des Stroms beim Ein-

schalten an einer Spule mit 50 m Kantenlänge. An diese Kurve wurde, mit einer einfachen nichtlinearen Inversion, eine Exponentialfunktion mit den freien Parametern I_0 und τ angepasst und mittels Gleichung 8 die Induktivität bestimmt. Die grüne Kurve zeigt das Ergebnis der Anpassung. Eine solche Anpassung wurde für alle Einschaltkurven durchgeführt. Das Ergebnis ist auf Abbildung 7 als rote Kurve dargestellt. Die Induktivität nimmt bei zunehmender Kantenlänge der Spule linear zu.

Mit Gleichung 9 wurde im folgenden die jeweilige Kapazität der Anordnung bestimmt. Abbildung 7 zeigt den Verlauf der berechneten Kapazitäten aufgetragen gegen die Kantenlängen der Spulen als grüne Kurve. Auch für die Kapazität ergibt sich in erster Ordnung eine lineare Zunahme mit der Kantenlänge. Hier sind die Abweichungen vom linearen Trend aber größer als bei der Periode oder der Induktivität. Dabei muss aber berücksichtigt werden, dass die Kapazität der am schlechtesten bestimmte Parameter ist, da in die Werte für die Kapazität die Fehler aus beiden Messungen eingehen.

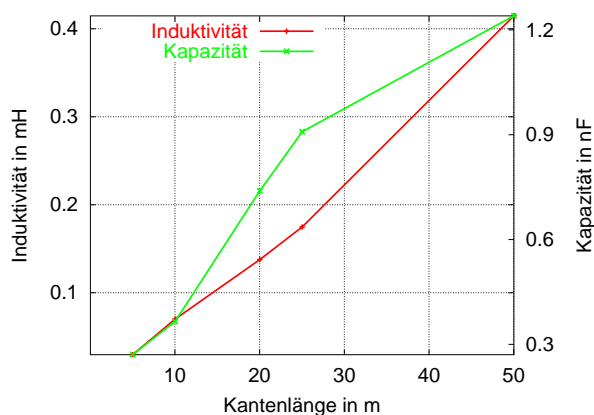


Abbildung 7: Induktivität und Kapazität der Leiterschleife als Funktion der Kantenlänge.

Die gemessenen Induktivitäten stimmen gut mit theoretischen Werten für Induktivitäten von Leiterschleifen im Vakuum überein. Diese können für Rechteckspulen angegeben werden als (Thomson, 1999):

$$L = \frac{2\mu_0 x}{\pi} \left(\ln \left(\frac{2x}{r_0} \right) - 1,2172 \right) \quad (10)$$

Dabei bezeichnet x die Kantenlänge der Leiterschleife, $\mu_0 = 4 * \pi * 10^{-7}$ die Vakuumpermeabilität, und r_0 den Radius des Spulendrahtes. Die gemessenen Werte sind zwischen 9% und 20% kleiner als die berechneten. Berücksichtigt man, dass die Induktivität einer Spule über einem leitfähigen Untergrund frequenzabhängig wird und leicht abnimmt so sind die Unterschiede zwischen gemessenen und berechneten Induktivitäten geringer als oben angegeben.

Die gemessenen Kapazitäten können mit einer Formel für die Kapazität eines Drahtes der Länge l und des

Durchmessers d in der Höhe h über der Erde verglichen werden. Dabei nimmt die Kapazität linear mit der Länge des Drahtes zu. Nach Küpfmüller (1988) gilt wenn die Bedingung $(4h)^2 \ll l^2$ erfüllt ist:

$$C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln \frac{4h}{d}} \quad (11)$$

Dabei ist $\epsilon = \epsilon_R \cdot \epsilon_0 = \epsilon_R \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$. Die Messungen fanden an trockenen Tagen auf einer kurz geschnittenen Rasenfläche mit gefrorener Oberfläche statt. Daher gehen wir davon aus, dass sich zwischen der Erde und der Leiterschleife nur Luft befand und somit $\epsilon = \epsilon_0$ gesetzt werden kann. Bei einer durchschnittlichen Höhe des Kabels über dem Boden von 1,6 mm stimmen die Werte für die Spulen mit 10, 20 und 25 m Kantenlänge innerhalb von weniger als 2 % mit den theoretischen Werten nach Formel 11 überein. Der Wert für die Spule mit 5 m Kantenlänge liegt um ca. 30% über dem theoretischen Wert, der für die Spule mit 50 m Kantenlänge liegt um etwa 45% unter dem theoretischen Wert. Betrachtet man die grüne Kurve auf Abbildung 7 so weichen auch genau diese beiden Werte vom linearen Trend ab.

Insgesamt zeigen die Vergleiche mit den theoretischen Werten, dass sowohl die gemessenen Werte der Induktivitäten als auch die der Kapazitäten in einem sinnvollen Bereich liegen.

Als letzte Messung wurde ein zwischen den Anschlusspunkten des Senders eingefügter Dämpfungswiderstand so lange variiert, bis die Schwingungen möglichst optimal gedämpft wurden. Das gelang nicht bei allen Spulengrößen gleich gut. Während die Anpassung bei den Spulen mit 50, 25 und 20 m Kantenlänge unproblematisch war, konnten bei den kleineren Spulen die Schwingungen nicht mehr vollständig unterdrückt werden, und die Werte für die Dämpfungswiderstände sind schlechter bestimmt. In Tabelle 1 sind die so bestimmten Dämpfungswiderstände in der Spalte $R_d \text{ exp}$ eingetragen. In der Spalte $R_d \text{ ber}$ sind Dämpfungswiderstände eingetragen die aus den Messungen der Induktivitäten und Kapazitäten der Leiterschleifen berechnet wurden. Dazu wurden die experimentell bestimmten Werte für R , I und C in Gleichung 6 eingesetzt und der jeweilige Wert für R_d so variiert bis die Schwingungen verschwanden ohne das System zu überdämpfen.

Kantenlänge	$R_d \text{ exp.}$	$R_d \text{ ber.}$
50	350	330
25	350	245
20	350	240
10	211	250
5	211	180

Tabelle 1: Vergleich der gemessenen und berechneten Dämpfungswiderstände für verschiedene Spulengrößen.

Dabei fällt auf, dass bei den drei größeren Spulen im Experiment jeweils der gleiche Widerstand eine optimale Dämpfung ergab während bei den Berechnungen nach Gleichung 6 die Widerstandswerte deutlich abnehmen.

Obwohl die Unsicherheit bei den zugrunde liegenden Messungen hoch ist, und die beiden kleineren Spulen ein abweichendes Verhalten zeigen, gehen wir davon aus, dass die in den vorangegangenen Abschnitten angeführte Theorie nicht ausreichend ist, um die Vorgänge in der Leiterschleife vollständig zu beschreiben. Darüberhinaus liefert das Ersatzschaltbild zwar für viele Fälle nützliche Ergebnisse, die zugrunde liegenden physikalischen Prozesse die zu den Schwingungen führen bleiben jedoch unklar. Wir erweitern daher das Ersatzschaltbild indem wir die jeweilige Leiterschleife nicht durch einen Widerstand, eine Kapazität und eine Induktivität beschreiben sondern durch einen Wellenleiter mit Widerstands-, Kapazitäts- und Induktivitätsbelag, also mit gleichmäßig verteilten Werten für Widerstand, Kapazität und Induktivität pro Längeneinheit des Drahtes.

3. TEM-Leiterschleife als Fernleitung

Das hier vorgestellte Modell basiert auf Arbeiten von Kozhevnikov und Nikivorov (2000; 2002) und beschreibt den Draht der Leiterschleife als eine Ader einer Fernleitung (transmission line) deren Rückleiter der Boden ist.

Dazu betrachten wir eine Leiterschleife die auf dem Boden liegt (Abbildung 8).

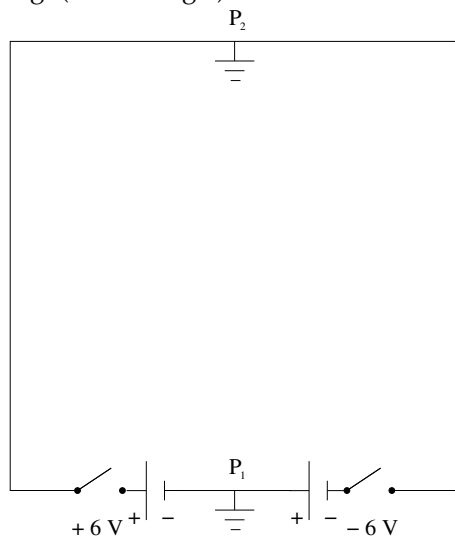


Abbildung 8: Leiterschleife mit symmetrischer Speisung.

An Punkt P_1 wird eine Spannung eingespeist. Diese Spannung betrachten wir als symmetrische Spannung, wie sie z.B. durch Reihenschaltung zweier Akkuzellen mit einem Massenabgriff in der Mitte erzeugt werden kann. Im statischen Zustand führt bei eingeschalteter Quelle der gleichmäßige Widerstands-

belag zu einer linearen Abnahme der Spannung entlang des Drahtes wie auf Abbildung 9 dargestellt. Am Punkt P_2 , der exakt gegenüber von P_1 liegt ist der Abstand zur positiven Spannung genau so groß wie der zur negativen und das dort anliegende Potential entspricht der Mitte der Potentiale an den Einspeisepunkten also dem Massepotential. Auch nach dem Ausschalten bleibt die Symmetrie erhalten, so dass das Potential bei P_2 immer gleich dem Massepotential sein muss.

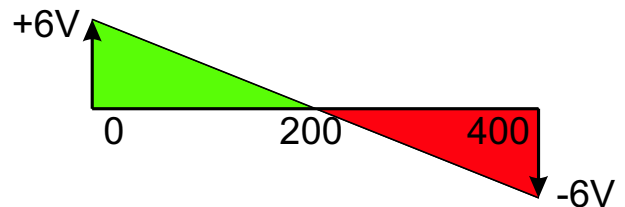


Abbildung 9: Spannungsverteilung entlang des Kabels im statischen Fall. Aufgetragen ist die Spannung in Volt gegen die Entfernung vom Einspeisepunkt in m.

Da bei P_1 und bei P_2 das Potential immer gleich dem Massepotential ist, können wir jede Hälfte der Spule als einen an beiden Seiten geerdeten Draht, der in gleichmäßiger Höhe auf dem Boden liegt, beschreiben. Diesen Draht beschreiben wir als Fernleitung. Er wird charakterisiert durch seinen Widerstands-, Kapazitäts- und Induktivitätsbelag, R', C' und L' . Wird an einer Seite dieser Fernleitung ein Signal eingespeist so breitet es sich mit der durch Kabel und das Medium zwischen Erdungsfläche und Kabel bestimmten Lichtgeschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{c_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$ aus. Durch den Kurzschluss (Potential auf Masse) am Ende der Leitung wird das Signal vollständig reflektiert und es entsteht ein rücklaufendes Signal welches sich mit dem hinlaufenden überlagert. Erreicht dieses wiederum den Anfang der Leitung so wird es dort reflektiert und so weiter. Ähnlich wie bei einer Saite, die einmal angezupft wird, entsteht durch die Überlagerung eine stehende Welle. Sie kann unterdrückt werden in dem bei P_1 das Kabel mittels eines geeigneten Widerstands abgeschlossen wird. In diesem Fall wird das zurücklaufende Signal am Abschlusswiderstand komplett geschluckt und die Welle bleibt aus. Eine detaillierte Darstellung elektromagnetischer Wellen auf Leitungen gibt Georg (1997). Hier werden nur einige für uns wesentliche Aspekte diskutiert.

Um zu überprüfen ob sich in der Leiterschleife wirklich eine stehende Welle ausbreitet und die Theorie einer Fernleitung hier anwendbar ist, haben wir ein quadratisches Kabel von 100 m Kantenlänge ausgelegt und wie bei den im vorherigen Abschnitt beschriebenen Experimenten die Spannung einer Batterie an- bzw. abgeschaltet. Dabei wurde um möglichst große Reflexionen zu erhalten kein Abschlusswiderstand verwendet. Diese Leiterschleife haben wir nach und nach alle 10 m aufgetrennt und jeweils einen klei-

nen Messwiderstand eingefügt über dem wir mit einem Oszilloskop den Strom messen konnten. Ein exemplarisches Beispiel für das Ergebnis einer solchen Messung ist auf Abbildung 10 dargestellt. Wie schon bei der Messung der Spannungen im vorherigen Abschnitt konnten wir auf den gemessenen Zeitreihen Schwingungen beobachten, die an allen Punkten die gleiche Frequenz hatten.

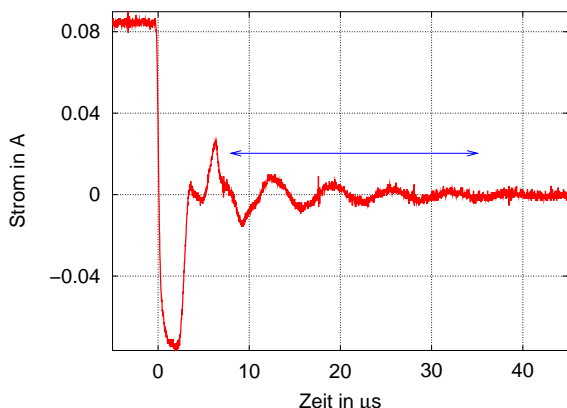


Abbildung 10: Schwingungen im Stromverlauf nach dem Abschalten des Sendestroms. Der blaue Pfeil kennzeichnet das Zeitintervall für die Auswertung der Schwingungen.

Dabei sind die ersten $8 \mu s$ der Zeitreihen durch einen komplizierten Signalverlauf bestimmt aber im Zeitbereich zwischen $8 \mu s$ und $35 \mu s$ konnten die Schwingungen an allen Punkten auf dem Kabel gut beobachtet werden. Der Einfachheit halber wurde zur Auswertung jeweils das in Abbildung 10 gekennzeichnete Zeitintervall mittels einer FFT in den Frequenzbereich transformiert und die so ermittelten Amplituden gegen den Messpunkt auf dem Kabel aufgetragen. Dieses Verfahren ist zwar nicht das genaueste, da die Schwingfrequenz nicht genau von der FFT getroffen wird und sich durch Leck-Effekte Verschiebungen in den Amplituden ergeben, aber für unsere Zwecke reicht es aus. Das Ergebnis ist auf Abbildung 11 dargestellt. Dabei ist die Position als Entfernung vom Einspeisepunkt angegeben. Die Positionen 0 und 400 sind identisch und entsprechen dem Standort des Senders.

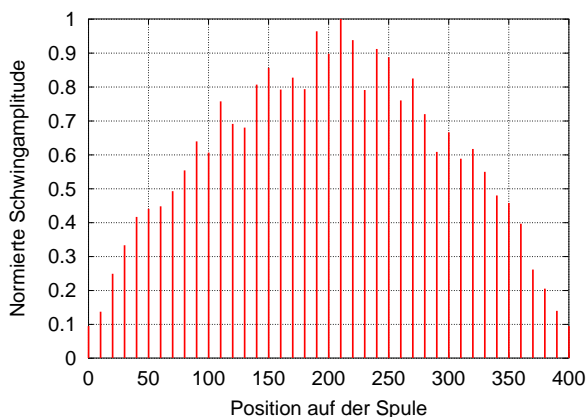


Abbildung 11: Amplitude der Schwingungen entlang der Leiterschleife.

Es ist deutlich zu sehen, dass die Schwingungen am Einspeisepunkt fast auf Null zurückgehen während sie in der Mitte des Kabels bei Position 200 ihr Maximum erreichen. Dass sie am Rand nicht völlig auf Null zurückgehen und nicht immer stetig zur Mitte hin zunehmen liegt an den Störungen auf den Aufzeichnungen und am gewählten Auswerteverfahren.

Das Ergebnis der Messung beweist, dass wir es in der Tat mit einer stehenden Welle zu tun haben und dass die Anwendung der Theorie einer Fernleitung auf die Leiterschleife berechtigt ist.

4. Berechnung eines Einschaltvorgangs auf einer einseitig abgeschlossenen Fernleitung

Abbildung 12 zeigt eine Fernleitung die an einer Seite kurzgeschlossen ($R = 0$) und an der anderen Seite mit dem passenden Leitungswellenwiderstand R_L abgeschlossen ist. Sie repräsentiert eine Hälfte Leiterschleife von Abbildung 8.

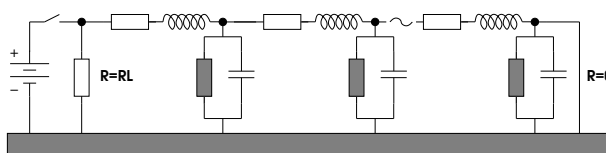


Abbildung 12: Repräsentation der halben Spule durch eine einseitig kurzgeschlossene Fernleitung.

Allgemein kann ein solches System durch die Telegraphengleichung beschrieben werden. Für die Einspeisung eines harmonischen Signals gilt (Georg, 1997):

$$\frac{\partial^2 \tilde{I}(x, \omega)}{\partial x^2} - (R' + i\omega L')(G' + i\omega C') \tilde{I}(x, \omega) = 0 \quad (12)$$

Dabei ist x die Entfernung der betrachteten Position vom Anfang der Leitung und ω die Kreisfrequenz des Signals. R', L', G' und C' sind Widerstandsbelag, Induktivitätsbelag, Ableitungsbelag und Kapazitätsbelag der Leitung.

Durch die Einführung von γ mit

$$\begin{aligned} \gamma^2 &= (R' + i\omega L')(G' + i\omega C') \\ &= \alpha + i\beta \end{aligned} \quad (13)$$

lässt sich die Gleichung beschreiben als:

$$\frac{\partial^2 \tilde{I}(x, \omega)}{\partial x^2} - \gamma^2 \tilde{I}(x, \omega) = 0 \quad (14)$$

Die allgemeine Lösung für diese Differentialgleichung ist gegeben durch:

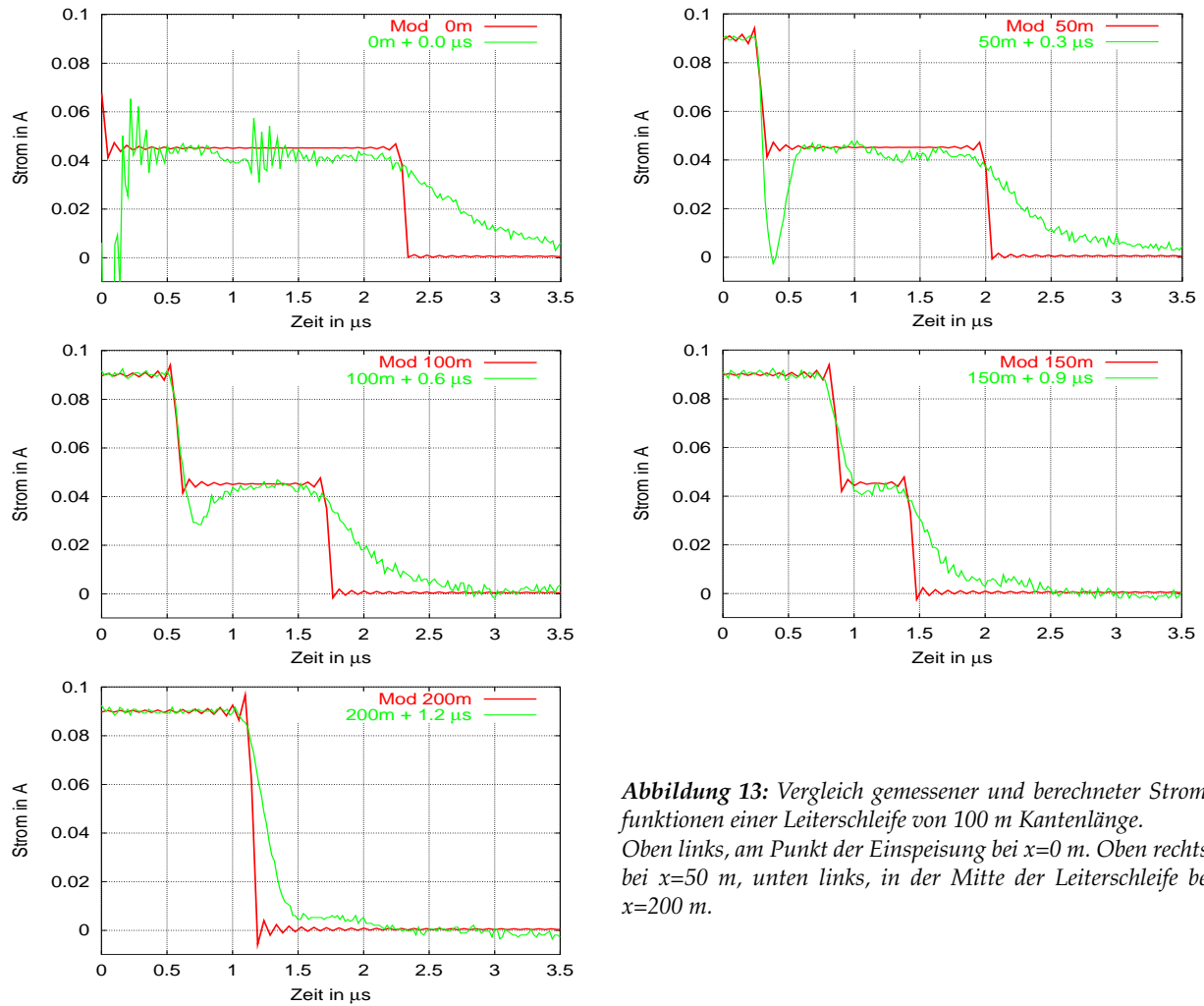


Abbildung 13: Vergleich gemessener und berechneter Stromfunktionen einer Leiterschleife von 100 m Kantenlänge. Oben links, am Punkt der Einspeisung bei $x=0$ m. Oben rechts, bei $x=50$ m, unten links, in der Mitte der Leiterschleife bei $x=200$ m.

$$\tilde{I}(x, \omega) = \tilde{I}_h(x, \omega) + \tilde{I}_r(x, \omega) \quad (15)$$

$$= \tilde{I}_h^0 e^{-\gamma x} + \tilde{I}_r^0 e^{\gamma x} \quad (16)$$

Dabei bezeichnen die Indizes h und r eine hin- bzw. zurücklaufende Welle. Die Stärke der hinlaufenden Welle hängt lediglich von der Anfangsamplitude \tilde{I}_h^0 und der Dämpfung γ ab.

Die Anfangsamplitude der zurücklaufenden Welle \tilde{I}_r^0 berechnet sich aus der Amplitude der hinlaufenden Welle am Ort der Reflexion. Da am Ende der Leitung bei $x = l$ ein Kurzschluss vorliegt gilt:

$$\tilde{I}_r(l, \omega) = \tilde{I}_h(l, \omega) \quad (17)$$

$$\tilde{U}_r(l, \omega) = -\tilde{U}_n(l, \omega) \quad (18)$$

Aus dieser Bedingung folgt:

$$\tilde{I}_r^0 = \tilde{I}_h^0 e^{-2\gamma l} \quad (19)$$

Damit gilt für die gesamte Welle:

$$\tilde{I}(x, \omega) = \tilde{I}_h^0 [e^{-\gamma x} + e^{-2\gamma l} \cdot e^{\gamma x}] \quad (20)$$

Um das zeitliche Verhalten eines Einschaltvorgangs am Ort x zu berechnen muss diese Gleichung mit $\frac{1}{i\omega}$ multipliziert und anschließend fouriertransformiert werden. Die Division durch $i\omega$ ist notwendig, damit die Stufenantwort und nicht die Impulsantwort berechnet wird. Für den Einschaltvorgang gilt:

$$I(x, t) = \mathcal{F}^{-1} \frac{\tilde{I}(x, \omega)}{i\omega} \quad (21)$$

Praktisch berechnen wir $I(x, t)$ durch eine inverse FFT. Es sind allerdings sehr viele Frequenzen notwendig um ein akzeptables Ergebnis zu erzielen. In dem auf Abbildung 13 gezeigten Beispiel sind die Auswirkungen des Gibbschen Phänomens auf den synthetischen Kurven (rot) noch deutlich zu sehen obwohl eine FFT mit 2^{20} Werten verwendet wurde. Dafür hat diese Methode den Vorteil, dass Frequenzabhängigkeiten der Parameter R' , I' , G' und C' problemlos berücksichtigt werden können.

Einen Vergleich gemessener und nach Gleichung 21 mittels FFT berechneter Kurven zeigt Abbildung 13. Die hier mit grünen Kurven gezeigten Messwerte sind über einem an verschiedenen Punkten in die Leiterschleife eingefügten Widerstand von 1Ω gemessen worden. Im Gegensatz zu dem in Abschnitt 3 diskutierten Experiment haben wir zunächst den optimalen Dämpfungs- bzw. Abschlusswiderstand bestimmt und die Leiterschleife damit an beiden Enden abgeschlossen. Dadurch werden die Schwingungen verhindert.

Die Stromfunktionen zeigen aber an unterschiedlichen Positionen der Leiterschleife deutlich unterschiedliche Verläufe. An Position $x = 0$ also direkt an Einspeisepunkt hat das gemessene Signal zunächst einen starken Unterschwinger, verharrt dann ca. $2\mu\text{s}$ auf der halben Ausgangsstromstärke und klingt danach langsam ab. In einer Entfernung von 50m dauert es zunächst etwa $0,3\mu\text{s}$ bevor das Signal abfällt. Es weist wieder einen starken Unterschwinger auf und verharrt dann für ca. $1,7\mu\text{s}$ auf der halben Stromstärke um danach langsam abzuklingen. Mit zunehmender Entfernung vom Einspeisepunkt tritt der erste Abfall des Signals zu immer späteren Zeiten auf. Der Unterschwinger wird kleiner und das Signal verharrt kürzer auf dem Zwischenniveau. In 200m Entfernung von der Einspeisung, also genau in der Mitte der Leiterschleife, fällt das Signal nach ca. $1,2\mu\text{s}$ ohne Überschwinger und Zwischenniveau ziemlich schnell auf Null.

Die roten Kurven auf Abbildung 13 zeigten Ergebnisse von Vorwärtsrechnungen denen gemessene Werte für R' , L' und C' zugrunde liegen. Dabei wurde angenommen, dass die Leitung am Einspeisepunkt perfekt abgeschlossen ist und dass der Ableitungsbelag G' vernachlässigbar ist. Die Parameter R' , L' und C' sind in dieser Rechnung frequenzunabhängig.

Man erkennt, dass die Berechnungen mit dem Fernleitungsmodell die wesentlichen Merkmale der gemessenen Kurven gut wiedergeben. Auch in der Modellrechnung fallen die Werte erst auf ein Zwischenniveau und auch die Zeitpunkte an denen die Werte auf das Zwischenniveau bzw. auf Null fallen stimmen gut mit den Messwerten überein. Allerdings zeigen die berechneten Kurven keinerlei Überschwinger und fallen auch deutlich schneller ab als die gemessenen.

Die Überschwinger treten auch bei nicht abgeschlossenen Leiterschleifen auf wie das Beispiel auf Abbildung 10 zeigt. Ihre Ursache ist zur Zeit noch unklar. Das langsamere Abklingen des Stroms in den gemessenen Kurven könnte auf eine Dispersion der Parameter R' , L' und C' oder auf eine Variation dieser Parameter entlang der Leiterschleife zurückzuführen sein.

Der Vergleich mit den Modelldaten gibt einen guten Einblick in die grundlegenden Phänomene beim Ausschalten des Stroms. Zu diesen frühen Zeiten muss

die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Signale auf der Fernleitung berücksichtigt werden. In einer Entfernung von 100m zum Einspeisepunkt dauert es ca. $0,6\mu\text{s}$ bevor zum ersten Mal registriert wird, dass sich am eingespeisten Signal etwas verändert hat. Die „Wellenfront“ benötigt diese Zeit um 100m zurückzulegen. Allerdings fällt der Strom nicht sofort auf Null sondern zunächst auf die halbe Stromstärke. Erst nach ca. $1,7\mu\text{s}$ beginnt er auf Null abzufallen. Das liegt daran, dass sich beim Ausschalten eine Wellenfront in beide Richtungen der Leiterschleife ausbreitet. Die eine Richtung muss die Wellenfront bis zum Punkt $x = 100\text{m}$ zurücklegen und benötigt dafür ca. $0,6\mu\text{s}$ in die andere Richtung muss sie 300m zurücklegen und benötigt dafür auch die dreifache Zeit. Aus dem Experiment ergibt sich damit sofort, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit in diesem Fall ca. $1,6 \cdot 10^{-8}\text{m/s}$ bzw. etwa der halben Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 entspricht. Sie ist stark abhängig von den äußeren Bedingungen und kann unter feuchten Bedingungen auch weniger als $c_0/3$ betragen.

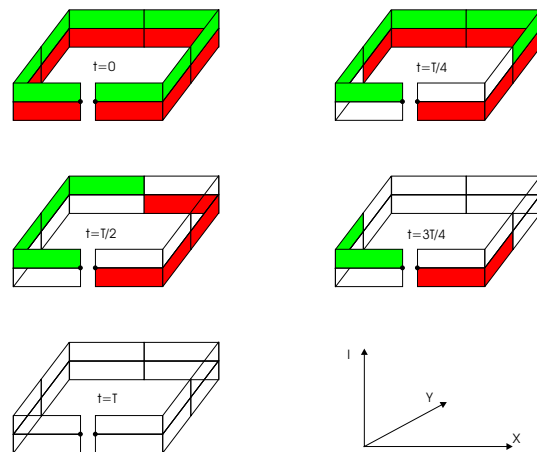


Abbildung 14: Ausbreitung der Abschaltfronten in einer Leiterschleife.

Eine Zusammenfassung der Vorgänge zeigt Abbildung 14. Der Stromfluss durch die Leiterschleife wird hier bildlich in zwei Hälften aufgespalten. Eine positive Hälfte des Flusses in positiver Richtung und eine negative in negativer Richtung. Die Graphen können so interpretiert werden, dass bei $t = 0$ die Abschaltfront oder die Information das Ausgeschaltet wurde, in beide Richtungen der Spule losläuft. Bei der Position in der Mitte der Spule bei 200m kommen die Fronten gleichzeitig an. Bei allen Orten näher zum Sender kommt zunächst die eine Front an und reduziert die Amplitude auf die Hälfte, dann, entsprechend der längeren Laufzeit, kommt später die zweite Front an, die das Signal auf Null reduziert.

5 Schlussfolgerungen und Ausblick

Für die Nutzung einer Leiterschleife als TEM-Antenne ist es wichtig die Schwingungen so gut wie

möglich zu vermeiden. Dazu muss die Leiterschleife an beiden Seiten mit dem Leitungswellenwiderstand Z_L abgeschlossen werden damit keine Reflexionen auftreten können. Im Fall einer verlustlosen Leitung ($R' = 0$) ist Z_L gegeben als:

$$Z_L = \sqrt{\frac{L'}{C'}}. \quad (22)$$

Für verlustbehaftete Leitungen ist Z_L eine komplexe Größe. Durch Messung von L und C wie im zweiten Abschnitt gezeigt kann L' und C' und somit ein guter Näherungswert für Z_L ermittelt werden. In der Praxis kann der optimale Wert für Z_L auch dadurch bestimmt werden, dass sein Wert so lange verändert wird bis die über dem Einspeisepunkt abgegriffene Spannung schwingungsfrei ist. Der Wert von Z_L ist abhängig von den Eigenschaften des Kabels und des Bodens, insbesondere von seiner Feuchte. Bei Messungen zu sehr frühen Zeiten muss das berücksichtigt werden.

Bisher ungeklärt ist die Frage warum die gemessenen Stromfunktionen langsamer abklingen als die berechneten. Hierzu werden in Zukunft Rechnungen mit dispersiven Parametern der Fernleitung durchgeführt.

Von praktischer Bedeutung ist die Frage in wie weit das Abklingen des Stroms zu so frühen Zeiten durch eine Rampe angenähert werden kann. Auch dieser Punkt ist Inhalt weiterer Untersuchungen.

Danksagung

Wir danken Prof. Dr. Weidelt für seine Antworten auf unsere Fragen und Tilman Hanstein für seine Hilfe, Diskussionsfreude und die kritische Durchsicht des Manuskriptes.

Literaturangaben

Abramowitz, M., und Stegun, I. A., Hrsg., 1965, Handbook of Mathematical Functions Dover Publ., New York.

Bronstein, I. N., und Semendjajew, K. A., 1984, Taschenbuch der Mathematik: Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt/Main, 22. Auflage.

Georg, O., 1997, Elektromagnetische Wellen: Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Paris, Tokyo.

Kozhevnikov, N. O., und Nikiforov, S. P., 2000, Early time TEM response of an ungrounded horizontal loop - a new look:, EAGE, 62nd EAGE Conference, Expanded Abstracts, D-11.

Kozhevnikov, N. O., und Nikiforov, S. P., 2002, An illustrative approach to estimating the near-surface TEM system potentialities:, EAGE, 64nd EAGE Conference, Expanded Abstracts, Z-99.

Küpfmüller, 1988, Einführung in die theoretische Elektrotechnik: Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Paris, Tokyo, 12. Auflage.

Steuer, A., 2002, Kombinierte Auswertung von Messungen mit Transientelektromagnetik und Radiomagnetotellurik zur Grundwassererkundung im Becken von Ouarzazate (Marokko): Diplomarbeit, Univ. zu Köln, Inst. für Geophys. und Meteo.

Thomson, M. T., 12 1999, Inductance Calculation Techniques – Part II: Approximations and Handbook Methods: Power Control and Intelligent Motion; <http://www.pcim.com>, pages 1–11.

Anhang

Transformation von $\tilde{I}_2(\omega)$ in den Zeitbereich

Gleichung 5 kann in die folgende Form gebracht werden:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_2(\omega) &= \tilde{I}(\omega) \frac{s^2 + sA + B}{s^2 + s\alpha + \beta} \\ &= 1 + \frac{(A - \alpha)s + (B - \beta)}{(s + a)^2 + b^2} \end{aligned} \quad (23)$$

Dabei ist: $s = i\omega$, $A = \frac{R}{L}$, $B = \frac{1}{CL}$,

$\alpha = \frac{CRR_D + L}{CLR_D}$, $\beta = \frac{R_D + R}{CLR_D}$, $a = \frac{\alpha}{2}$ und $b = \sqrt{\beta - \frac{a^2}{4}}$

Um den Stromverlauf $I_2(t)$ nach Einschalten des Strom bei $t = 0$ zu berechnen muss Gleichung 23 Laplacetransformiert und aufintegriert werden. Die Integration kann im Frequenzbereich durch eine Multiplikation mit $\frac{1}{s}$ ersetzt werden. Es folgt:

$$\begin{aligned} I_2(t) &= \int_0^t \mathcal{L} \left(1 + \frac{(A - \alpha)s + (B - \beta)}{(s + a)^2 + b^2} \right) d\tau \\ &= \mathcal{L} \left(\frac{1}{s} + \frac{A - \alpha}{(s + a)^2 + b^2} \right) \\ &+ \int_0^t \mathcal{L} \left(\frac{B - \beta}{(s + a)^2 + b^2} \right) d\tau \end{aligned} \quad (24)$$

Die in Gleichung 24 benötigten Laplacetransformationen findet man in (Abramowitz und Stegun, 1965). Es gilt:

$$\mathcal{L} \left(\frac{1}{s} \right) = 1 \quad (25)$$

$$\mathcal{L} \left(\frac{1}{(s + a)^2 + b^2} \right) = \frac{1}{b} e^{-at} \sin bt \quad (26)$$

Setzt man die Laplacetransformationen aus Gleichung 26 in Gleichung 24 ein, so kann man das Inter-

gral mittels der Integraltabelle in (Bronstein und Semendjajew, 1984) lösen und es folgt:

$$\frac{1}{b} \int_0^t e^{-a\tau} \sin b\tau \, d\tau = \quad (27)$$

$$\frac{1}{a^2 + b^2} \left(1 - \frac{e^{-at}}{b} (a \sin bt - b \cos bt) \right)$$

Durch Einsetzen von 25, 26 und 27 in Gleichung 24 folgt schließlich für $I_2(t)$:

$$I_2(t) = 1 + \frac{A - \alpha}{b} e^{-at} \sin bt \quad (28)$$

$$+ \frac{B - \beta}{a^2 + b^2} \left(1 - \frac{e^{-at}}{b} (a \sin bt - b \cos bt) \right)$$