

Der scheinbare Widerstandstensor in der LOTEM-Auswertung

R. Blaschek, Universität zu Köln und A. Hördt, Universität Bonn

1 Einführung

Die LOTEM („long offset transient electromagnetic“)-Methode benutzt als Quelle einen horizontalen elektrischen Dipol mit Längen im Kilometer-Bereich. Die durch Ab- bzw. Einschaltvorgänge induzierten elektromagnetischen Felder werden dann an den Empfangsorten aufgezeichnet. Im folgenden werden nur die elektrischen Felder betrachtet.

In Fällen, bei denen der Untergrund stark von einfachen Mehrschichtfällen abweicht, liefert die bisherige eindimensionale Auswertung für LOTEM-Daten keine zufriedenstellenden Ergebnisse, sodass entsprechend der Wunsch besteht, direkt aus den Daten zumindest einen groben Überblick über die 3D-Untergrundstruktur zu erhalten. Nach der Methode des scheinbaren Widerstandstensors, die von Bibby und Hohmann (1993) zunächst für den Gleichstromfall aufgestellt und dann von Caldwell und Bibby (1998) auf den TEM-Fall erweitert wurde, kann dies nun erreicht werden. Die Eigenschaften der im folgenden abgeleiteten Größen sollen nun für die LOTEM-Praxis untersucht werden und es soll versucht werden, eine Antwort auf die Fragen zu finden, wie groß der praktische Nutzen für diese Art Daten ist, um dann evtl. in der Zukunft Daten, die am Vulkan Merapi (Java, Indonesien) gemessen wurden, hiermit besser interpretieren zu können.

2 Grundlagen und Definitionen

Die Methode arbeitet mit mindestens zwei nichtparallelen Senderrichtungen, wobei am Empfänger jeweils die Horizontalkomponenten des E -Feldes aufgezeichnet werden. Die Sender haben einen gemeinsamen Mittelpunkt.

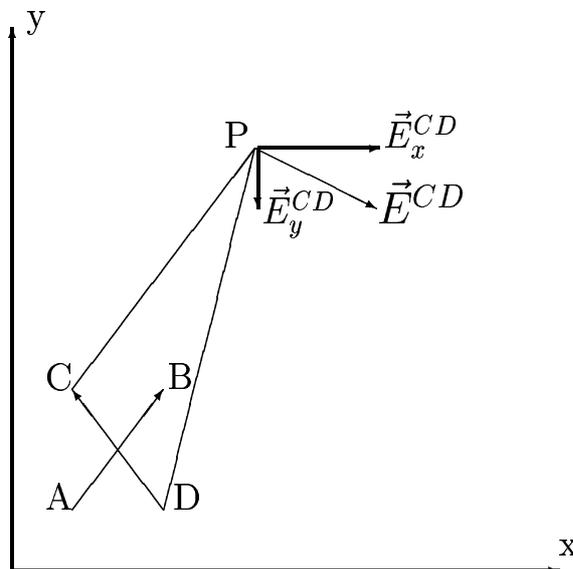


Abbildung 1: Die Messanordnung als Skizze. Für beide Sender (\overline{AB} , \overline{CD}) werden an Punkt P jeweils in X- und Y- Richtung die E -Feld-Komponenten (E_x^{AB} , E_x^{CD} , E_y^{AB} , E_y^{CD}) aufgezeichnet.

Den Tensor erhält man nun, indem man eine lineare Beziehung aufstellt zwischen den gemessenen elektrischen Feldern und den analytisch berechneten Stromdichten unter der Annahme eines homogenen Halbraumes im Gleichstromfall:

$$\begin{pmatrix} E_x^{AB} & E_x^{CD} \\ E_y^{AB} & E_y^{CD} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x^{AB} & J_x^{CD} \\ J_y^{AB} & J_y^{CD} \end{pmatrix} \quad (1)$$

wobei $\underline{\underline{\rho}} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix}$ gerade der scheinbare Widerstandstensor ist.

J berechnet sich, z.B. für den ersten Dipol als

$$\vec{J}_{AB} = \left(\frac{\vec{r}_a}{r_a^3} - \frac{\vec{r}_b}{r_b^3} \right) \frac{I}{2\pi} \quad (2)$$

mit \vec{r}_a, \vec{r}_b als Ortsvektoren von Elektrode zu Messepunkt. E ist also Messgröße, J wird analytisch bestimmt.

Zur vollständigen Bestimmung des Tensors sind mindestens zwei linear unabhängige Senderrichtungen nötig. Falls weitere hinzukommen sollten (jeweils eine weitere Spalte bei E und J), bestünde bei dem dann überbestimmten Gleichungssystem sogar die Möglichkeit der Fehlerrechnung bzw. der Konsistenzprüfung und Fehlerminimierung. In der LOTEM-Praxis ist man allerdings an geringem Messaufwand interessiert, weshalb man in der Regel keine drei Dipole aufbauen wird, die sich mittig kreuzen. Oft ist es nicht einmal möglich, zwei Sendedipole aufzubauen, die sich rechtwinklig und mittig kreuzen (4 Elektroden, 2x Sendekabel). Zum Schluss sollen deswegen zwei Fälle im Vergleich zur idealen Konfiguration betrachtet werden. Im ersten Fall kreuzen sich die Sender zwar mittig, aber in einem Winkel von 45 Grad. Falls die Entfernung Sender-Empfänger groß gegenüber der Senderlänge ist, erwartet man hier keine Effekte. Im zweiten Fall wird der Aufbau einer Elektrode gespart und die Sender zwar senkrecht ausgelegt, aber schneiden sich nicht („L“-Form).

Aus dem Tensor lassen sich nun Rotationsinvarianten ableiten, die eine Unabhängigkeit von der Orientierung der Sender erreichen und als Mittelwerte des scheinbaren Widerstandes angesehen werden können.

$$P_1 = \frac{1}{2} \text{Spur}(\underline{\underline{\rho}}); P_2 = \sqrt{\text{Det}(\underline{\underline{\rho}})}; P_3 = \frac{1}{2}(\rho_{21} - \rho_{12}) \quad (3)$$

P_1 und P_2 sind Maß für den Widerstand, P_3 für die Rotation von \vec{E} gegen \vec{J} des homogenen Halbraums. Falls der Sender-Empfänger-Abstand groß genug ist, um die Sender als ideale Dipole ansehen zu können, reagieren diese Größen nun stabil auf Änderung der Senderrichtung.

Weiterhin erhält man durch das Auftragen des scheinbaren Widerstandes (nach $\rho_a(\varphi) = \frac{|E_\varphi|}{|J_\varphi|}$) in Richtung des elektrischen Feldes für jede Richtung φ (rotierender Dipol) insgesamt eine Ellipse, die sogenannte Ellipse des scheinbaren Widerstandes. Deren Halbachsen (ρ_{max} , ρ_{min}) und Drehung lassen sich nun wiederum direkt aus den Rotationsinvarianten errechnen und geben Aufschluss über die Untergrundstruktur:

$$\rho_{max} = (P_1^2 + P_3^2)^{\frac{1}{2}} + (P_1^2 + P_3^2 - P_2^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$\rho_{min} = (P_1^2 + P_3^2)^{\frac{1}{2}} - (P_1^2 + P_3^2 - P_2^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

Interessant ist nun, dass sich die Ellipsen in den Grenzregionen zu Störkörpern mit ihren Halbachsen parallel bzw. senkrecht zu den Grenzflächen ausrichten, während im homogenen Fall die große Halbachse immer senkrecht auf der Linie Sender-Empfänger steht.

Die Darstellung der Invarianten und Ellipsen ermöglicht nun den gewünschten schnellen Überblick.

3 Der Tensor und abgeleitete Größen in analytischen Beispielen

3.1 Der homogene und geschichtete Halbraum

Im homogenen und geschichteten Halbraum sind elektrisches Feld und Stromdichte parallel, entsprechend ist die dritte Invariante Null, die Achsen der Ellipse tangential bzw. radial zur Achse Sender-Empfänger ausgerichtet. Im homogenen Halbraum wechselt das Achsenverhältnis mit der Zeit (analog zu den tangentialen und radialen Anteilen des elektrischen Feldes) von 4:1 auf 1:1. Die Beziehung $\rho_{max}\rho_{min} = P_2^2$ läßt die zweite Invariante stabil in der Nähe des Halbraumwiderstandes. Dies ist dargestellt in Abbildung 2 für einen homogenen Halbraum von $100\Omega m$ bei 15km Abstand zum Sender. Für niedrigere Abstände oder hochohmigere Halbräume wird der Wechsel zu runderen Ellipsen früher erreicht.

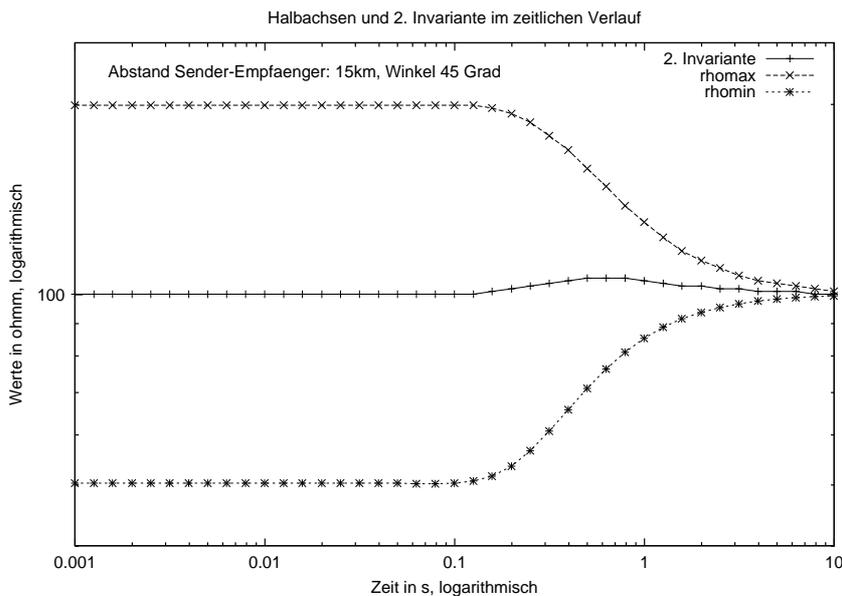


Abbildung 2: Aufgetragen sind die Halbachsenlängen der Ellipse ρ_{max} und ρ_{min} sowie die zweite Invariante, die zwischen diesen Kurven verläuft.

Ein Beispiel für einen Mehrschichtfall (Abb. 3) zeigt auch die Korrelation zwischen Zeit und Tiefe, die es im Prinzip auch ermöglicht, über Integration der Diffusionstiefe eine Pseudotiefe zu errechnen.

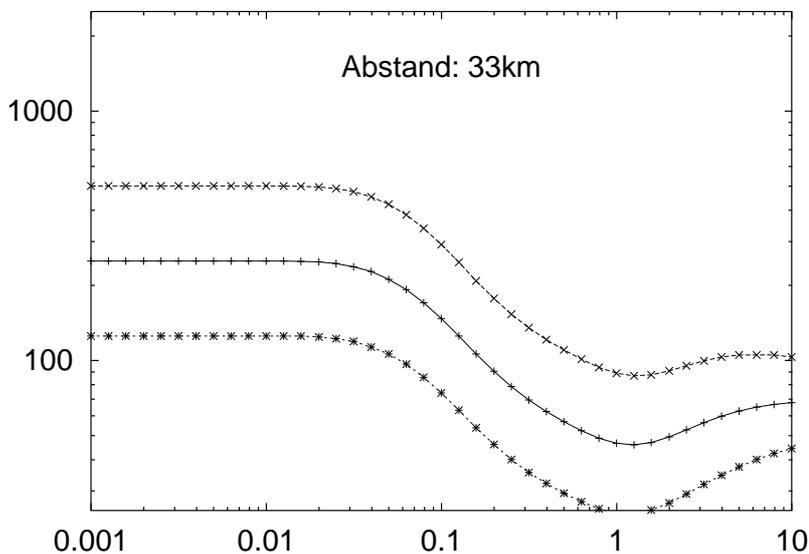


Abbildung 3: Der Verlauf von ρ_{max} , ρ_{min} und P_2 im 3-Schichtfall: $250\Omega m$ bis $4km$, $2500\Omega m$ bis $8km$, darunter $25\Omega m$. Aufgetragen in s (x-Achse) bzw. Ωm (y-Achse). Die Kurve von P_2 verläuft durchgehend zwischen den beiden anderen Größen, ρ_{max} oberhalb, ρ_{min} unterhalb.

Die folgenden beiden Abbildungen zeigen die Ausrichtung der Halbachsen im homogenen Fall. Die unterlegten Isolinien gehören zur zweiten Invariante und zeigen einerseits die gute Übereinstimmung mit dem wahren Halbraumwert in größerer Entfernung, andererseits größere Abweichungen im Bereich nahe des Senders. Die Problematik besteht darin, dass in der Theorie die Dipole als ideal angesehen werden, insbesondere also im Vergleich zum Abstand Sender-Empfänger klein sein sollen. Dies ist im Nahbereich nicht mehr hinreichend gegeben. Zur frühen Zeit (Abb. 4) ist die Ellipsenform noch stark ausgeprägt, das Halbachsenverhältnis z.T. fast 4:1. Bei einer Sekunde (Abb. 5) liegt man hier bereits im Spätzeitbereich, die Ellipsen sind praktisch kreisförmig. Die Fehler in Sendernähe sind deutlich zu sehen.

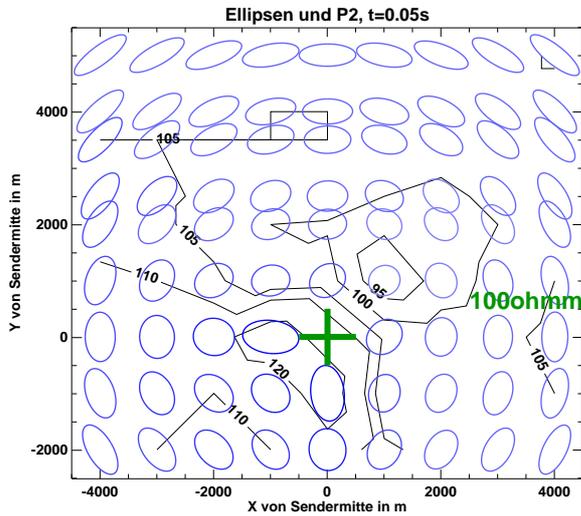


Abbildung 4: homogener Halbraum, die Sender haben 1km Länge und 10A; $t=0.05s$.

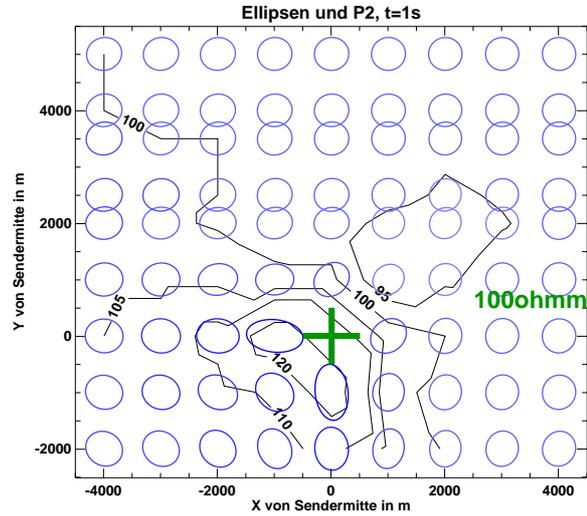


Abbildung 5: homogener Halbraum, die Sender haben 1km Länge und 10A; $t=1s$.

3.2 Verhalten an einer vertikalen Grenzfläche

In Abb. 6 und 7 wird nun das Verhalten an einer vertikalen Grenzfläche gezeigt. Es findet ein Übergang von $100\Omega m$ zu $10\Omega m$ statt und wie man sieht, drehen sich die Ellipsen aus der Lage im homogenen Fall in eine Ausrichtung gegen die Grenzfläche. Die Verkleinerung der Fläche beim Übergang zum besser leitenden Medium deutet zudem die Erniedrigung des Widerstandes an. Wie zu erwarten, sinkt der Wert nicht ganz auf die $10\Omega m$, da der Weg durch den ersten Teil diese Werte beeinflusst. Allerdings wird die Annäherung mit zunehmender Zeit besser. Die Grenze wird insgesamt recht scharf aufgelöst.

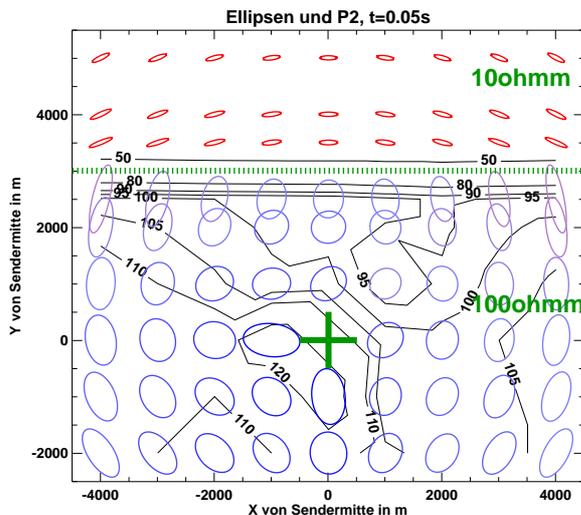


Abbildung 6: vertikale Grenzfläche, Sendekonfiguration wie oben, $t=0.05s$.

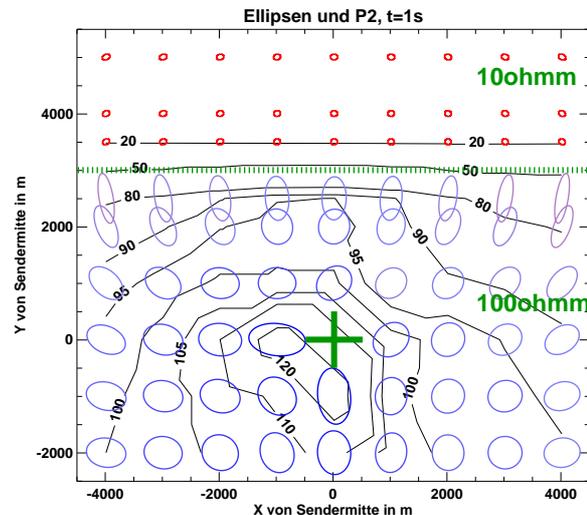


Abbildung 7: vertikale Grenzfläche, Sendekonfiguration wie oben, $t=1s$.

3.3 Die Parameter im Überblick bei einem Störkörper

Im folgenden soll eine Fall untersucht werden, bei dem ein sehr gut leitender Störkörper an der Oberfläche in einem homogenen Halbraum liegt. Die Dimensionen sind 1km x 1km bei 0.5km Dicke, der spezifische Widerstand liegt bei $1\Omega m$, im Gegensatz zu $100\Omega m$ der Umgebung (s.a. Abb. 8).

Gezeigt sind die drei Invarianten (einmal mit den Ellipsen) sowie die scheinbaren Widerstände des Totalfeldes (Quotient aus Betrag des elektrischen Feldes und der Stromdichte) für jede der beiden Sender.

Die erste Invariante (Abb.10) lokalisiert den Körper recht gut, wenn auch die Form etwas undeutlich bleibt. Besser grenzt die zweite Invariante (Abb. 11) den Körper ein, die rechteckige Form wird gut nachgezogen, Werte von unter $10\Omega m$ in der Mitte werden „gemessen“. Die Ellipsen (auch Abb. 11) deformieren sich stark in Nähe des Störkörpers und richten sich senkrecht zu dessen Grenzen aus. Die dritte Invariante (Abb. 9) zeichnet mit den betraglichen Maxima die Ränder des Störkörpers gut nach. Je nachdem, ob die Ellipse gegen oder mit dem Uhrzeigersinn gedreht wurden, ändert sich das Vorzeichen.

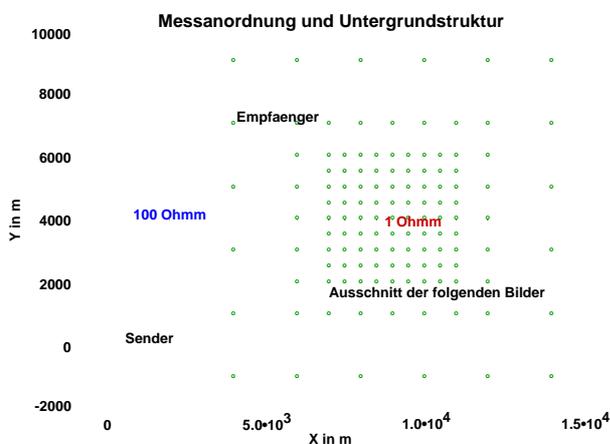


Abbildung 8: Aufbau. Markiert sind Sender, Empfänger, Umriss des $1\Omega m$ -Störkörpers (geht von der Oberfläche bis in 500m Tiefe) und Rahmen des Bildausschnittes der folgenden Bilder.

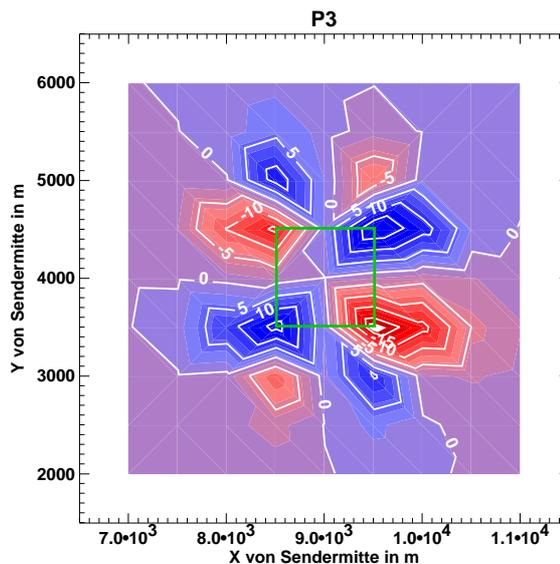


Abbildung 9: Die dritte Invariante. Eingezeichnet auch die Grenzen des Störkörpers.

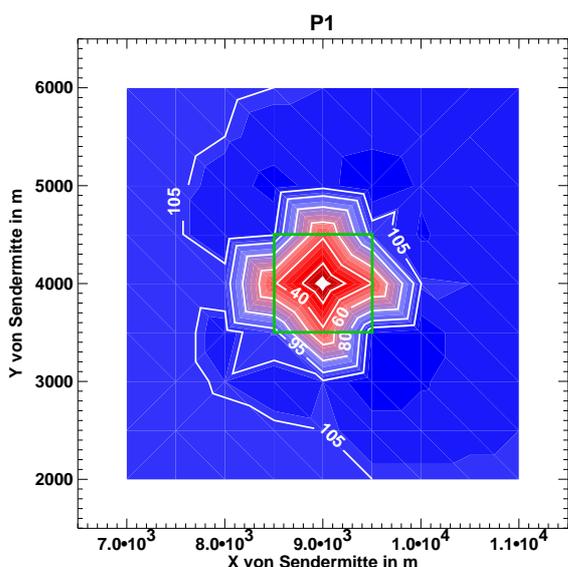


Abbildung 10: Die erste Invariante. Umrahmt die lateralen Grenzen des Störkörpers.

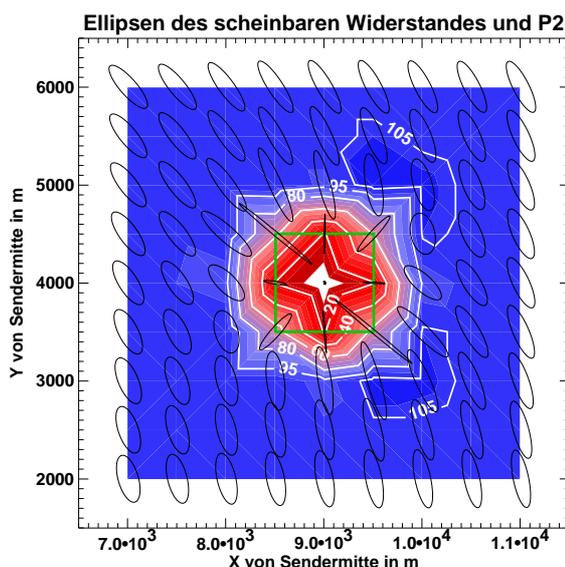


Abbildung 11: Die zweite Invariante und die Ellipsen des scheinbaren Widerstandes. Eingezeichnet weiterhin die Störkörperränder.

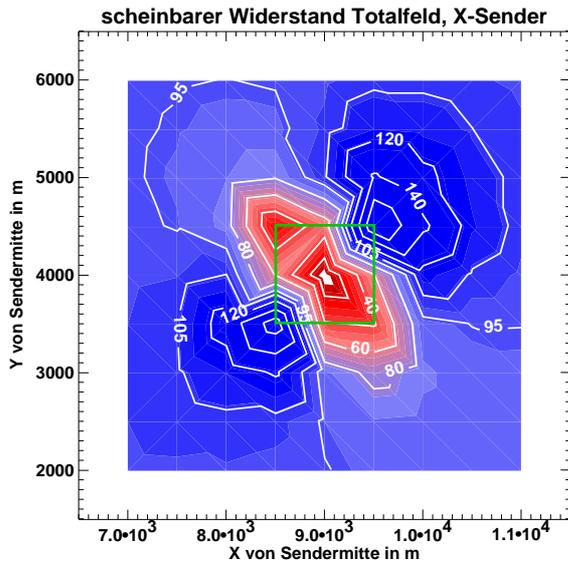


Abbildung 12: Scheinbarer Widerstand des Totalfeldes für einen Sender, ausgerichtet nach x.

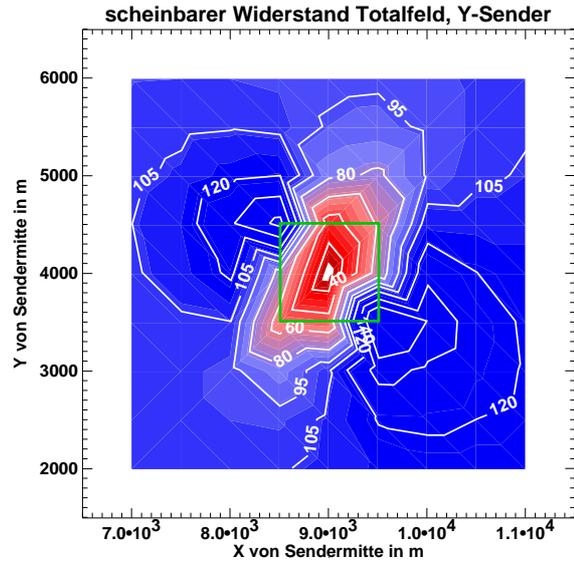


Abbildung 13: Scheinbarer Widerstand des Totalfeldes für einen Sender, ausgerichtet nach y.

Die erste und zweite Invariante lösen also die Störkörpergrenzen recht gut auf, wohingegen die scheinbaren Widerstände des Totalfeldes (Abb. 12 und 13) die Grenzen doch deutlich verschmieren und starke Richtungsabhängigkeit vom Sender aufweisen.

3.4 Der Einfluss von der genauen Senderkonfiguration

Wie bereits erwähnt, ist es in der Praxis kaum möglich, die Sender so auszulegen, dass sie sich mittig kreuzen und dazu rechtwinklig. Zwar fordert die Theorie kein rechtwinkliges Kreuzen, sondern nur linear unabhängige Senderrichtungen, dafür werden aber ideale Dipole verlangt, also sehr große Abstände von Sender zu Empfänger im Vergleich zur Länge des Sendedipols. Diese sind oft nicht gegeben, da in Sendernähe gemessen wird, um kein zu schlechtes Signal/Rausch-Verhältnis zu erhalten. In einem Fall soll also nun untersucht werden, inwieweit ein spitzer Winkel ein Problem darstellt, da im Feld oft nicht in beliebiger Richtung Sendekabel ausgelegt werden kann; in einem zweiten Fall soll eine „L“-förmig Konfiguration betrachtet werden, die in der Praxis den Aufbau einer Elektrodenstation erspart, der sehr zeitaufwendig sein kann.

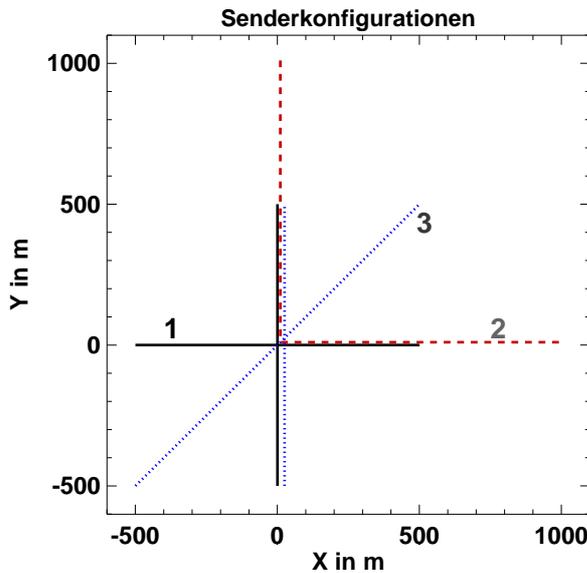


Abbildung 14: Die Senderkonfigurationen: 1 wurde zuvor benutzt, 2 und 3 repräsentieren die angedeuteten Problemfälle in der Praxis.

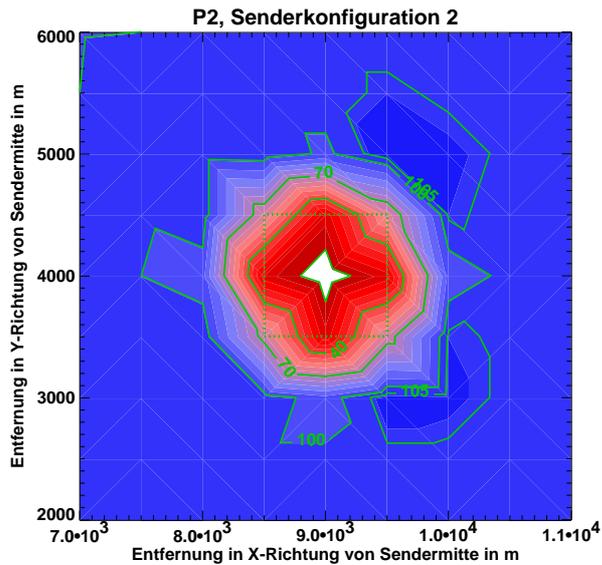


Abbildung 15: Die 3-Elektroden-Konfiguration. Gezeigt ist die zweite Invariante.

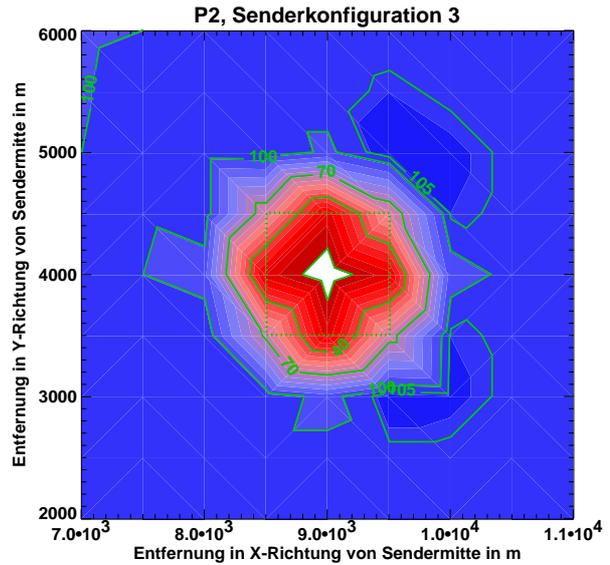


Abbildung 16: Die spitzwinklige Anordnung. Gezeigt ist die zweite Invariante.

Das Bild der zweiten Invariante mit den neuen Senderkonfigurationen (Abb. 15 und 16) hat sich gegenüber der idealen Anordnung kaum verändert. Bei der Anordnung mit drei Elektroden bleibt die relative Abweichung unter 1.5% (Abb. 17), bei der spitzwinkligen Anordnung liegen die Differenzen sogar unter 1% (Abb. 18) und damit sind diese Werte wie erwartet noch näher an denen des Idealfalles. Offenbar sind die Abstände vom Sender hier (mit über acht Sendedipollängen) völlig ausreichend, um die Theorie der idealen Dipole anzuwenden, in der ein großes Verhältnis zwischen Abstand Sender-Empfänger und Dipollänge gefordert ist. Andere Rechnungen für vergleichbare Untergründe, die hier nicht mehr aufgeführt sind, zeigen, dass bei Abständen um drei Dipollängen durchaus schon Fehler über 10% gemacht werden. Eine leichte Korrelation zwischen den Störkörperrändern und den Extrema der Abweichung ist zu erkennen.

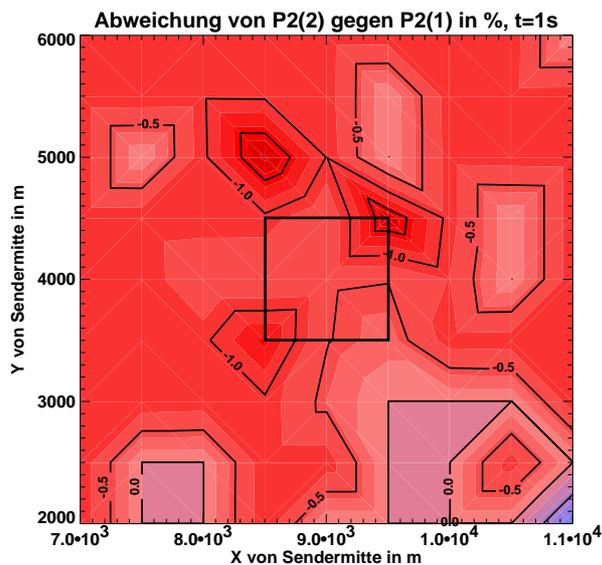


Abbildung 17: Die relativen Abweichungen der zweiten Invarianten bei der 3-Elektroden-Konfiguration im Vergleich zum Idealfall.

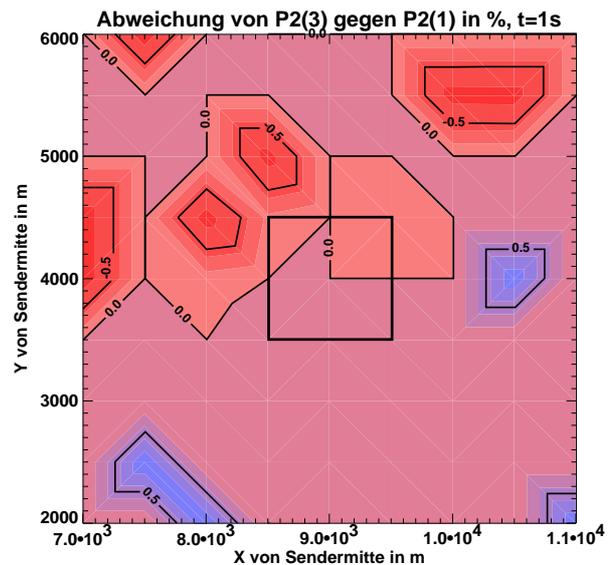


Abbildung 18: Die relativen Abweichungen der zweiten Invarianten bei der spitzwinkligen Anordnung im Vergleich zum Idealfall.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Aus den angeführten Beispielen geht hervor, dass es durchaus möglich ist, Parameter analog zum scheinbaren Widerstand zu formulieren, die in der Tat weitestgehend invariant gegenüber Änderung der Senderichtung sind, aber zwei unabhängige Richtungen erfordern. Die Parameter können sehr schnell berechnet werden und geben in der Darstellung als Ellipse im zeitlichen Verlauf einen guten Überblick über die Lage und Leitfähigkeit von Störkörpern bzw. Schichten.

Die zweite Invariante (s.a. Gl.3) stellt sich hierbei als stabilster Wert heraus, da die nicht berücksichtigten Nebendiagonalelemente bei der ersten Invarianten (s.a. Gl.3) zur Folge haben, dass bei starken Verzerrungen (Nebendiagonalelemente gross) der Wert stärker vom wirklichen Untergrund abweicht. Zu späteren Zeiten nimmt dieser Effekt (für kleinere, recht oberflächennahe Störkörper) ab. Bei frühen Zeiten (wieder mehr für oberflächennahe Störkörper) ist die dritte Invariante recht aussagekräftig, da die Maxima der Beträge gerade in der Nähe der Grenzflächen auftreten. Für tiefere Körper oder spätere Zeiten ist diese Invariante recht klein.

Insgesamt bietet sich die Ellipsendarstellung an, in der über Halbachsenverhältnisse, Fläche und Achsenausrichtung praktisch alle Aussagen auf einen Blick enthalten sind.

Aufgrund des engen Bezuges zu ρ_a kann auch ein Startmodell für 3D-Inversionen erzeugt werden.

In Zukunft muss sich das Verfahren noch an Messdaten als stabil erweisen und es sollte überlegt werden, wie die Informationen aus den meist mitgemessenen \vec{B}_z -Daten verwertet werden können. Im Vorfeld der Messdatenauswertung zeigten sich bereits einige Schwierigkeiten: zum einen ist die Stationsdichte vergleichsweise gering, zum anderen ist die Lage der Empfangsorte oftmals nur zwei bis drei Dipollängen vom Sender entfernt, womit die Annahme des idealen Dipols als Sender stark eingeschränkt wird.

In jedem Fall ist es (auch aufgrund der schnellen Berechnung) sicherlich kein Fehler diese Art der Interpretation zusätzlich zur sonstigen Analyse durchzuführen.

5 Literatur

- Bibby, H.M. & Hohmann, G.W., 1993. Three dimensional interpretation of multiple-source bipole-dipole data using the apparent resistivity tensor, *Geophys. Prospect.*, 41, 697-723
- Caldwell, T.G. & Bibby, H.M., 1998. The instantaneous apparent resistivity tensor: a visualization scheme for LOTEM electric field measurements, *Geophys. J. Int.* (1998) 135, 817-834